Die dynamischen Charakteristiken einer Bogenentladung zwischen Wolframelektroden in Stickstoff

Inaugural-Dissertation

der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der
philosophischen Fakultät der Universität Basel
zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Paul Bächtiger

aus Basel

BASEL
Buchdruckerei Emil Birkhäuser & Cie.
1930

Die dynamischen Charakteristiken einer Bogenentladung zwischen Wolframelektroden in Stickstoff

---

Inaugural-Dissertation

der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät der Universität Basel zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Paul Bächtiger

aus Basel

BASEL
Buchdruckerei Emil Birkhäuser & Cie.
1930

Genehmigt von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. A. HAGENBACH und Dr. H. VEILLON.

Basel, den 17. Juni 1930.

Prof. Dr. H. ZÖRNIG.
Dekan.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Sonderabdruck aus Helvetica Physica Acta, III. Jahrgang, Nr. 5/6, 1930.

Die dynamischen Charakteristiken einer Bogenentladung zwischen Wolframelektroden in Stickstoff

von **Paul Bächtiger.**

§ 1. Einleitung.

Die Funktion $U = f(I)$, wenn U die Elektrodenspannung und I die Stromstärke einer Gasentladung bedeuten, nennt man bekanntlich die Charakteristik der Entladung; insbesondere statische Charakteristik, wenn die zeitliche Änderung von I unendlich langsam geschieht, d. h. wenn sich auf der Charakteristik lauter Gleichgewichtszustände der Entladung aneinanderreihen. Ändert sich I oder U in endlichen Zeiten, z. B. schwanke I periodisch um den Wert I_0, so liegen im allgemeinen die U, I Werte nicht mehr auf der statischen Charakteristik, sondern auf irgendwelchen Kurven in der U-I Ebene, die man als dynamische Charakteristiken bezeichnet. U hängt also nicht nur von dem momentanen I Werte ab, sondern auch von den vorhergehenden Zuständen in der Entladung. Diese Erscheinung wird analog den Nachwirkungseffekten beim Magnetismus usw. als Hysterese benannt. Als erster war es H. Th. Simon[1]), der diese Erscheinungen richtig erkannte und mathematisch erfassen konnte. Von ihm und seinen Mitarbeitern wurden dann diese Hystereseeffekte eingehend untersucht. Schon vorher hatte W. Duddell[2]) gefunden, dass die Leistung eines einem Gleichstrombogen überlagerten, sehr kleinen Wechselstromes bei kleinen Frequenzen negativ ist und mit steigender Frequenz stetig zu positiven Werten übergeht. Sind die Amplituden u_0, i_0 des Wechselstromes kleiner als die

[1]) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **6**, 297, 1905, ebenda **7**, 433, 1906.
[2]) W. Duddell, Phil. Trans. **203** (A), 305, 1908.

U_0, I_0 Werte des Gleichstrombogens, so bezeichnet man dies nach Simon als Schwingungen erster Art. Wir werden uns im folgenden ausschliesslich mit Schwingungen erster Art beschäftigen. Das Integral $L = \int u i dt$ erstreckt über eine ganze Periode, ist also bei kleinen Frequenzen negativ und bei grossen positiv (wobei $u = U - U_0$, $i = I - I_0$, U und I sind die Momentanwerte von Spannung und Strom des Bogens). Im ersten Falle nennt man die dynamische Charakteristik „im Mittel fallend", im zweiten „im Mittel steigend". Die Leistung des Wechselstromes lässt sich auch folgendermassen darstellen: $L = u_{\text{eff}}\, i_{\text{eff}} \cos \Theta$.[1]) $\cos \Theta$ wächst also nach Duddell mit zunehmender Frequenz von -1 bis $+1$. Man kann nun analog wie bei einem Elektrolyten u_{eff} und i_{eff}, für eine Frequenz, bei der $\cos \Theta = +1$ ist, messen und einen Widerstand w des Bogens definieren $w = \frac{u_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}$. Ist nun beim Gleichstrombogen ohne Überlagerung U_0 verschieden von $I_0 w$, so lässt sich U_0 darstellen durch: $U_0 = I_0 w + E$. Für diese formal eingeführte Spannung E hat sich seit Duddell der Begriff „elektromotorische Gegenkraft" eingebürgert. Duddell findet w unabhängig von der Grösse des überlagerten Wechselstromes. Daraus folgt, wenn man den Wert von $\cos \Theta = +1$ berücksichtigt, dass die dynamische Charakteristik eine steigende Gerade ist. In neuerer Zeit haben vor allem A. Hagenbach und M. Wehrli[2]) elektromotorische Gegenkräfte im Bogen bestimmt und überall von Null verschieden gefunden. Die dynamische Charakteristik für die Frequenz 0 des überlagerten Wechselstromes fällt offenbar mit der statischen Charakteristik zusammen. H. Th. Simon[3]) entwickelte nun eine Theorie, die gestattet, die dynamischen Charakteristiken für eine beliebige Frequenz zu berechnen. Diese Theorie, die sich im wesentlichen auf zwei Annahmen aufbaut, sei im folgenden kurz skizziert.

Das Verhältnis $\frac{U}{I}$ soll im Bogen nur von der Fläche F und der Temperatur T des Kathodenfleckes abhängen. Simon setzt $\frac{U}{I}$ gleich einer Funktion von TF

$$\frac{U}{I} = f(TF) . \qquad (1)$$

Die übrigen Variablen wie Bogenlänge, Druck des Gases usw.

[1]) Siehe Handbuch der Phys. von H. Geiger und K. Scheel, **15**, 419.

[2]) A. Hagenbach und M. Wehrli, Zeitschr. f. Phys. **20**, 96, 1923; ebenda **26**, 23, 1924.

[3]) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **7**, 443, 1906.

sind dabei als unveränderlich gedacht. Lässt sich also auf irgendeine Weise TF konstant halten und U oder I verändern, so folgt aus (1), dass alle U-I Werte in der U-I Ebene auf einer Geraden durch den Nullpunkt liegen.

Der Strom liefert in der Zeiteinheit die Energie UI. Andererseits soll nach Simon an der Kathode eine der Grösse TF proportionale Energie durch Wärmeleitung und Strahlung abgeführt werden. W sei die pro Sekunde und Einheit von TF weggeleitete Energie. Für einen Gleichstrombogen im stationären Zustande gilt daher

$$U_0 I_0 = W T_0 F_0 . \tag{2}$$

Bei veränderlichen Zuständen tritt anstelle von (2) die Energiegleichung

$$UI = WTF + L \frac{d\,(TF)}{dt} \tag{2a}$$

wobei L eine weitere, den betreffenden Lichtbogen kennzeichnende Konstante ist. Prägt man nun dem Bogen eine Leistung

$$UI = A + B \sin \omega t$$

auf, so erhält man folgende Differentialgleichung

$$A + B \sin \omega t = WTF + L \frac{d\,(TF)}{dt} .$$

Die Integration liefert

$$TF = T_0 F_0 + \frac{\frac{B}{W}}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{W^2}}} \sin (\omega t - \varphi) + k e^{-\frac{W}{T} t} \tag{3}$$

wobei $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{W}$. Das letzte Glied wird nach einiger Zeit verschwindend klein, und kann daher für periodische Vorgänge ausser Betracht gelassen werden. Gleichung (3) besagt also: Prägt man dem Bogen die Leistung $A + B \sin \omega t$ auf, so vollführt das Produkt TF sinusförmige Schwingungen um den Wert $T_0 F_0$ mit einer Phasenverzögerung φ gegenüber der Leistung. Die Amplitude

$$\frac{\frac{B}{W}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{W}\right)^2}}$$

geht mit wachsender Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ gegen Null. Sind nun für einen

gegebenen Fall die Grössen T_0F_0, ω, A, B, W, L und die statische Charakteristik bekannt, so lässt sich aus obigen Gleichungen die dynamische Charakteristik ohne weiteres berechnen, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll.

Für sehr hohe Frequenzen und kleine Amplituden des überlagerten Wechselstromes wird nach (3)

$$TF = \text{const} = T_0F_0,$$

aus (1) folgt daher, dass die dynamische Charakteristik auf einer Geraden durch den Nullpunkt und den Punkt U_0I_0 liegt. (Simon nennt diese Geraden TF Strahlen.) Die Messungen der elektromotorischen Gegenkraft eines Gleichstrombogens durch Überlagerung eines hochfrequenten Wechselstromes stehen nun in

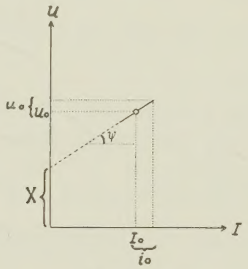

Fig. 1.

Widerspruch zu obiger Folgerung aus der Theorie von Simon. Dieser Widerspruch wurde bis jetzt übersehen.

Duddell[1]) und andere Forscher[1]) finden experimentell, dass die dynamische Charakteristik auf einer Geraden durch den Punkt U_0I_0 mit der Neigung ψ liegt, wo

$$\text{tg } \psi = w = \frac{u_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}.$$

Duddell definiert die elektromotorische Gegenkraft E durch die Gleichung

$$U_0 = I_0 w + E.$$

Bezeichnet man den Ordinatenabschnitt der Geraden mit x, so folgt aus Fig. 1

$$\text{tg } \psi = w = \frac{U_0 - x}{I_0} \qquad U_0 = I_0 w + x$$

d. h. der Ordinatenabschnitt x ist gleich der elektromotorischen

[1]) l. c.

Gegenkraft E. Nach der Theorie von Simon sollte aber $E = x = 0$ sein. Man ersieht daraus, dass Annahme (1) von Simon nicht mit den Messungen der elektromotorischen Gegenkraft in Einklang gebracht werden kann.

Ob Annahme (2) den wirklichen Verhältnissen entspricht, lässt sich nicht sagen, da keine gleichzeitigen Messungen von Fläche und Temperatur des Kathodenfleckes bei verschiedenen Stromstärken vorliegen, Bei den von Simon untersuchten Bogenentladungen war der Kathodenfleck stets ein relativ kleiner und scharf begrenzter Fleck. Betrachten wir nun aber eine Bogenentladung wie sie vor allem von M. Wehrli[1]) studiert wurde. Die Kathode ist ein Wolframkügelchen an einem dünnen Stiele in einem inaktiven Gase; die Temperatur der Kugeloberfläche ist dabei angenähert konstant. Die Stromdichte ist aber wahrscheinlich bei hohen Drucken und kurzen Elektrodenabständen über die Kugeloberfläche nicht konstant, sondern sie weist an der Stelle kürzesten Elektrodenabstandes ein Maximum auf.

Man wird sich nun sofort fragen, wie gross ist bei dieser Entladungsart die von Simon mit F bezeichnete Fläche und wie hängt sie von der Stromstärke ab. Macht man die Voraussetzung, dass F unabhängig von der Stromstärke ist, so ergibt sich nach Wehrli und Hardung[2]) die Unrichtigkeit der Simon'schen Annahme (2). Da H. Th. Simon[3]) jedoch verlangt, dass bei der vom Kathodenfleck abgeführten Energie WTF die Wärmeleitung gegenüber Strahlung und Konvektion weitaus überwiegen soll, so lässt sich, wie ich glaube, für obige Entladungsart überhaupt keine Fläche F im Simonschen Sinne angeben. Die Theorie versagt in diesem Falle. M. Wehrli und V. Hardung[4]) entwickelten nun eine Theorie der dynamischen Charakteristiken, die sich auf der strengen Berechnung der Wärmeleitung und den von M. Wehrli[5]) aufgestellten Energiegleichungen aufbaut und frei ist von solchen unbestimmten und dehnbaren Annahmen, wie sie die Theorie von Simon birgt.

Auf irgendeine Elektrode treffe pro Sekunde die Energie W_0 auf, welche vollständig als Wärme aufgenommen werden möge. Die Elektrode bestehe aus einem langen zylindrischen Stiele, der am Ende einen beliebig geformten Ansatz vom Volumen V und der Oberfläche O trage; Ansatz und Stiel seien homogen. Die

[1]) M. Wehrli, Zeitschr. f. Phys. **44**, 301, 1927.
[2]) M. Wehrli und V. Hardung, Helv. Phys. Acta **2**, 125, 1929.
[3]) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **6**, 310, 1905.
[4]) M. Wehrli und V. Hardung, Helv. Phys. Acta **2**, 115, 1929.
[5]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **1**, 323, 1928.

Temperatur ϑ_0 des Ansatzes sei räumlich konstant. Auf den Ansatz der Elektrode möge nun also die Energie

$$W_0 = B + A \sin(\omega t + \alpha) \tag{4}$$

auffallen. W_0 bewirke eine Temperatur ϑ_0 des Ansatzes V, die sich in erster Näherung darstellen lasse[1]):

$$\vartheta_0 = b + a \sin \omega t \tag{5}$$

wobei also α die Phasenverschiebung zwischen auffallender Energie W_0 und Temperatur ϑ_0 ist; α kann natürlich sowohl bei W_0 wie bei ϑ_0 eingeführt werden, für die Rechnung erweist sich das erstere aber als einfacher. Die Oberfläche des Ansatzes strahle die Energie W_4 aus

$$W_4 = h_1 O \vartheta_0 \tag{6}$$

wenn mit h_1 die Newtonsche Abstrahlungskonstante bezeichnet wird.

Die Energiezunahme W_5 des Ansatzes vom Volumen V beträgt

$$W_5 = V \varrho c \frac{d\vartheta_0}{dt}$$

wobei ϱ die Dichte und c die spezifische Wärme bedeuten. Differentiert man Gleichung (5) nach der Zeit, so erhält man für

$$W_5 = V \varrho c \omega a \cos \omega t. \tag{7}$$

Bezeichnet man die durch den Stiel abgeführte Energie mit W_6, so liefert der Erhaltungssatz der Energie die Momentangleichung

$$W_0 = W_4 + W_5 + W_6{}^2) \tag{8}$$

Es ist nun

$$W_6 = -\lambda q \left\{\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right\}_{x=0} \tag{9}$$

wenn wir die X Axe in die Stielaxe und den Nullpunkt an die Stelle legen, wo der Ansatz beginnt. Zur Berechnung von

$$\left\{\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right\}_{x=0}$$

[1]) Wehrli und Hardung haben W_0 und ϑ_0 ganz allgemein als Fourierreihe angesetzt, dadurch lässt sich das Problem streng behandeln und die hier der Einfachheit halber gemachte Näherung ist natürlich nicht nötig.

[2]) Die Wärmeableitung durch das Gas ist dabei vernachlässigt.

wird die Fouriersche Differentialgleichung der linearen Wärmeleitung benutzt:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = k^2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - h_2 \vartheta$$

worin

$$k^2 = \frac{\lambda}{\varrho c} \qquad h_2 = \frac{h_3 d}{\varrho \cdot c q}$$

dabei bedeuten: ϑ die Temperatur längs des Stieles, λ der Wärmeleitungskoeffizient, h_3 die Abstrahlungskonstante für eine mittlere Temperatur des Stieles, d sein Umfang und q sein Querschnitt.

Die Differentialgleichung liefert mittels Gleichung (5) als Randbedingung die Temperaturabnahme längs des Stieles zu

$$\vartheta = b e^{-\frac{\sqrt{h_2}}{k} x} + e^{-\frac{\gamma}{k} x} a \sin\left(\omega t - \frac{\delta}{k} x\right) \tag{10}$$

dabei sind

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{h_2 + \sqrt{h_2^2 + \omega^2}} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{\omega}{2\gamma} \cdot$$

Differentiert man Gleichung (10) nach x und setzt in (9) ein, so erhält man

$$W_6 = b \sqrt{h_3 d \lambda q} + q \sqrt{\lambda \varrho c} \sqrt{\gamma^2 + \delta^2} \sin(\omega t + \varphi) \tag{11}$$

φ ist der Phasenwinkel zwischen der Temperatur ϑ_0 und der durch den Stiel abströmenden Energiewelle. Es ergibt sich

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\delta}{\gamma} \cdot \tag{12}$$

Indem man nun (4), (6), (7) und (11) in Gleichung (8) einsetzt, erhält man durch Koeffizientenvergleich

$$\frac{B}{b} = h_1 O + \sqrt{h_3 d \lambda q} \tag{13}$$

$$\left(\frac{A}{a}\right)^2 = [V \varrho c \omega + q \sqrt{\lambda \varrho c (\gamma^2 + \delta^2)} \sin \varphi]^2 + [h_1 O + q \sqrt{\lambda \varrho c (\gamma^2 + \delta^2)} \cos \varphi]^2. \tag{14}$$

Ersetzt man den Ausdruck in der ersten Klammer zur Abkürzung durch X, in der zweiten durch Y, so ist also

$$\left(\frac{A}{a}\right)^2 = X^2 + Y^2.$$

Die Phasenverschiebung α zwischen auffallender Energie W_0 und Temperatur ϑ_0 berechnet sich zu

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V \varrho c \omega + q \sqrt{\lambda \varrho c (\gamma^2 + \delta^2)} \sin \varphi}{h_1 O + q \sqrt{\lambda \varrho c (\gamma^2 + \delta^2)} \cos \varphi} = \frac{X}{Y} \tag{15}$$

damit ist also bei gegebenem W_0 die Temperatur ϑ_0 als Funktion der Zeit vollständig bestimmt.

Für den stationären Fall $\omega = 0$ ergibt sich aus obigen Formeln

$$\vartheta_0 = \frac{W_0}{h_1 O + \sqrt{h_3 d \lambda q}} \cdot \tag{16}$$

Aus (14) ersieht man für den allgemein periodischen Fall, dass bei endlicher auffallender Energie W_0 die Amplitude a der Temperaturschwankung mit steigendem ω abnimmt und für $\lim \omega \to \infty$ den Wert Null erreicht, d. h. die Elektrodentemperatur ϑ_0 wird für hohe Frequenzen konstant[1]). Die Gleichungen für eine Stabelektrode ergeben sich aus obigen Beziehungen, wenn man das Volumen V des Ansatzes Null setzt und für die Oberfläche O den Querschnitt q einführt, vorausgesetzt, dass man das Wärmeleitungsproblem noch als linear auffassen darf. Ferner darf seitlich keine Energie auffallen und die Temperatur von O muss nach unseren Annahmen konstant sein. Neben diese thermischen Beziehungen treten zwei elektrische Gesetze. Wir wollen erstens nun annehmen, dass der Spannungsabfall in der Gassäule verschwindend und der Anodenfall Null oder konstant sei. Dass sich eine solche Entladung realisieren lässt, wird später experimentell gezeigt. Die Elektrodenspannung setzt sich also in diesem Falle aus dynamischem Kathodenfalle und konstantem Anodenfalle zusammen. Als dynamischen Kathodenfall bezeichnen wir analog der dynamischen Charakteristik den Kathodenfall bei zeitlich veränderlicher Stromstärke I. Die an der Kathode in Wärme umgewandelte Energie W_0 beträgt, wenn wir chemische Umsetzungen, Verdampfen, Kondensieren usw. an der Kathode vernachlässigen können (diese Forderung ist ja z. B. für einen Wolframbogen in Stickstoff weitgehend erfüllt):

$$W_0 = c_k I (U_k - \varphi^-) .^2) \tag{17}$$

Hierbei bedeuten U_k den Kathodenfall und φ^- die Austritts-

[1]) M. Wehrli und V. Hardung zeigen, dass das auch noch für eine beliebige Kurvenform des Stromes der Fall ist.

[2]) W_0 ist also identisch mit der von M. Wehrli Helv. Phys. Acta **1**, 247, 1928 bezeichneten Grösse W_2.

spannung der Elektronen, für c_k gilt $0 < c_k < 1$, c_k sei für schwache Schwingungen als Konstante zu betrachten.

Das zweite elektrische Gesetz ist die Beziehung zwischen Kathodenfall U_k, der Stromstärke I und der Kathodentemperatur. Die Funktion

$$f(U_k, I, \vartheta_0) = 0, \tag{18}$$

die theoretisch noch nicht festgelegt werden kann, stellt eine Fläche im Raume dar, wenn ein kartesisches Koordinatensystem mit den Axen U_k, I, ϑ_0 zugrunde gelegt ist. Diese Fläche wird nach Wehrli und Hardung charakteristische Fläche genannt. Für Schwingungen erster Art von sehr hoher Frequenz ist nach obigem die Kathodentemperatur konstant, d. h. die U_k, I Punkte liegen auf einer Linie, die durch den Schnitt der Ebene $\vartheta_0 = \text{const}$ mit der charakteristischen Fläche gegeben ist. Auf dieser Tatsache beruht die von Wehrli und Hardung angegebene Methode zur experimentellen Bestimmung der charakteristischen Fläche: Man misst die statische Charakteristik des Kathodenfalles und die dazugehörigen Kathodentemperaturen, ferner wird durch Überlagerung eines Wechselstromes von sehr hoher Frequenz in jedem Punkte der statischen Charakteristik die Isotherme, d. h. die dynamische Charakteristik bei konstanter Kathodentemperatur ϑ_0, z. B. mit einer Braunschen Oszillographenröhre ermittelt. Für schwache Schwingungen erster Art kann die charakteristische Fläche durch die Tangentialebene

$$\vartheta_0 = a_1 U_k + a_2 I + a_3 \tag{19}$$

an die charakteristische Fläche im Punkte $(U_{k_0}, I_0, \vartheta_0)$ ersetzt werden. $(U_{k_0}, I_0, \vartheta_0)$ ist derjenige Punkt der statischen Charakteristik, dem wir den Wechselstrom überlagern. Ist nun noch c_k in Gleichung (17) bestimmbar, so ist somit alles gegeben, um aus dem vorgegebenen W_0 die dynamische Charakteristik für eine beliebige Frequenz zu berechnen.

Setzt man Gleichung (17) in (16) für die stationäre Entladung ein, so erhält man

$$\vartheta_0 = \frac{c_k (U_{k_0} - \varphi^-) I_0}{h_1 O + \sqrt{h_3 d \lambda q}}. \tag{20}$$

Alle Grössen bis auf c_k können gemessen werden, womit c_k bestimmt ist. Die Berechnung der dynamischen Charakteristik geschieht also folgendermassen, um kurz noch einmal zusammenzufassen:

W_0 ist als Funktion der Zeit gegeben, mit Hilfe der thermi-

schen Beziehungen rechnet man ϑ_0 als Funktion der Zeit. ϑ_0 setzt man in (19) und erhält eine Funktion

$$f_1(U_k, I, t) = 0 . \tag{21}$$

Gleichung (17) ist eine weitere Funktion zwischen U_k, I, t

$$f_2(U_k, I, t) = 0 . \tag{22}$$

Aus (21) und (22) lassen sich durch Elimination von I resp. U_k

$$U_k = f_3(t) \qquad I = f_4(t)$$

berechnen, womit die dynamische Charakteristik gegeben ist.

M. Wehrli[1]) ist es gelungen, obige Beziehungen so umzuformen, dass sie vom Experimente sehr leicht geprüft werden können. Unter der vereinfachenden Annahme, dass U_k und I harmonisch sind

$$\begin{aligned} U_k &= U_{k_0} + u_0 \sin(\omega t + \varepsilon) \quad (23) \\ I &= I_0 + i_0 \sin \omega t \quad (24) \end{aligned} \qquad 0 < \varepsilon < \pi$$

folgt für cos ε

$$\cos \varepsilon = \frac{\left[X^2 + \left(Y - \frac{I_0 c_k}{a_1}\right)\left(Y - \frac{c_k (U_{k_0} - \varphi^-)}{a_2}\right)\right]}{\sqrt{\left[\left(Y - \frac{c_k (U_{k_0} - \varphi^-)}{a_2}\right)^2 + X^2\right]\left[\left(Y - \frac{c_k I_0}{a_1}\right)^2 + X^2\right]}} \tag{25}$$

cos ε ist dabei mit dem von Duddell gebrauchten Leistungsfaktor cos Θ identisch. Die vereinfachenden Annahmen besagen, die dynamische Charakteristik soll in erster Näherung als Ellipse aufgefasst werden können, dabei sei $u_0 \ll U_{k_0}$ und $i_0 \ll I_0$. Aus dem vorgegebenen i_0 berechnet sich u_0 zu

$$u_0 = i_0 \sqrt{\frac{[a_2 Y - c_k (U_{k_0} - \varphi^-)]^2 + a_2^2 X^2}{[a_1 Y - c_k I_0]^2 + a_1^2 X^2}} . \tag{26}$$

Mit Formel (25) und (26) kann die ganze Theorie relativ leicht quantitativ geprüft werden: Durch Vergleich von experimentell gefundener dynamischer Charakteristik und berechneter Ellipse.

§ 2. Vorversuche, Apparatur und Messmethode.

M. Wehrli und V. Hardung[2]) haben für eine Kugelkathode an einem dünnen Stiele die dynamischen Charakteristiken berechnet. Als Isotherme wurde mangels genauer experimenteller Isothermen eine Gerade durch den Nullpunkt zugrunde gelegt.

[1]) M. Wehrli, noch unveröffentlichte Arbeit.
[2]) l. c.

Wenn die von Simon bezeichnete Fläche F für sehr hohe Frequenzen konstant wird (was sehr wahrscheinlich ist), so sind diese als Isothermen bezeichneten Kurven mit den Simonschen TF Strahlen identisch. Die berechneten dynamischen Charakteristiken ergaben das überraschende Ergebnis: Der Übergang von der im Mittel fallenden zur steigenden Charakteristik findet ungefähr bei der Frequenz 4,5 statt, d. h. $\cos \Theta = 0$ für $\nu = 4{,}5$. Für die Frequenz 50 ist die dynamische Charakteristik eine schmale „steigende" Fläche. Bei der Berechnung wurden Spannungsabfall über der Gasstrecke und Anodenfall als konstant angenommen. Es handelte sich nun vorerst darum, rein qualitativ zu prüfen, stimmt dieses Ergebnis mit dem Experimente überein?

Eine Punktlampe von Philips mit Wolframkugelelektroden von 1,94 mm Durchmesser, 0,4 mm Stieldicke und 11,7 mm Stiellänge wurde mit einer Gleichspannung von 220 Volt betrieben. Die Dimensionen dieser Elektrode sind beinahe die gleichen, wie diejenigen der Kugelkathode, für welche von Wehrli und Harding die dynamischen Charakteristiken berechnet wurden. Der Elektrodenabstand der Punktlampe beträgt ca. 0,05 mm, die Vorgänge in der Gassäule können also infolge der kurzen Bogenlänge vernachlässigt werden. Die Lampe ist mit Neon unbekannten Druckes gefüllt. Anhand des prinzipiellen Schaltungsschemas Fig. 2 ist leicht ersichtlich, wie die dynamischen Charakteristiken festgestellt wurden. O ist eine Glühkathode-Oszillographenröhre der Western Electric Comp. mit zwei zueinander senkrecht stehenden Plattenpaaren zur Ablenkung des Elektronenstrahles. W ist ein induktionsfreier Widerstand, der Pontialabfall über W ist also proportional dem Strome I, der mit dem Drehspulampèremeter I gemessen wird. Wenn nun die Punktlampe P mit Gleichstrom in Betrieb war, so wurde zuerst mit Hilfe der Gegenbatterien B_1 und B_2 der Lichtfleck, der durch den auf den fluoreszierenden Schirm der Oszillographenröhre auftreffenden Elektronenstrahl hervorgerufen wird, in die Mitte des Schirmes gebracht. Wenn wir nun mit der Spule S einen Wechselstrom überlagern, so zeigt also die Oszillographenröhre direkt die dynamische Charakteristik im U-I Koordinatensystem. Es wurden die Frequenzen 5, 50, 370 und 700 überlagert. Der Umschalter A in Fig. 2 gestattet die Überlagerung der niederen Frequenzen mit Hilfe des Transformators T. Frequenz 5 erhielt ich, indem der Wechselstromgenerator des Instituts sehr langsam laufen gelassen wurde. Die von der Maschine gelieferte Kurvenform war aber weit entfernt von einer Sinuskurve. Trotzdem zeigte die dynamische Charakteristik, abgesehen von den Ober-

schwingungen, ziemlich genau die Form, wie sie von Wehrli und Hardung für $\nu = 5$ berechnet wurde. Für $\nu = 50$ ist die dynamische Charakteristik steigend und die von ihr umschriebene Fläche für kleine Überlagerungen schon ganz schmal. Für $\nu = 370$, die mit einer Mittelfrequenzmaschine erzeugt wurde, ist für kleine Überlagerungen die Fläche bereits verschwunden, d. h. die dynamische Charakteristik ist eine Isotherme. Die Isothermen sind aber keine Geraden)[1]. Durch Vergrössern der Überlagerungsstromstärke konnte die Isotherme für kleine Gleichstromstärken bis zur Stelle $I = 0$ erhalten werden, wobei allerdings infolge der noch zu niederen Frequenz wieder eine kleine Fläche auftrat.

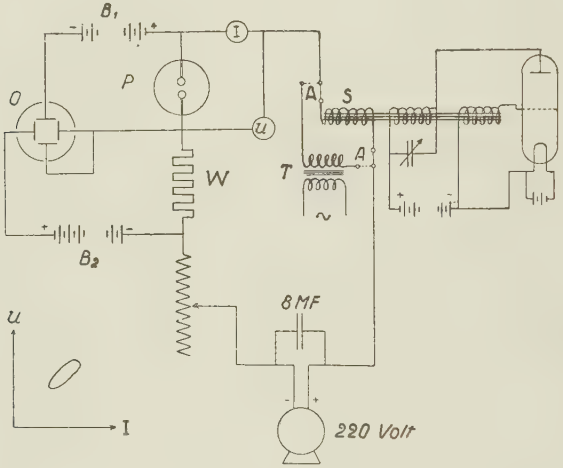

Fig. 2.

Wurde dem mit grösserer Gleichstromstärke brennenden Bogen ein grosser Wechselstrom ($\nu = 370$) überlagert, so traten gegen den Nullpunkt hin komplizierte Wiederzündungserscheinungen auf. Grössere Überlagerungen der Frequenz 50 zeigen bereits die gleichen Krümmungen, wie sie die Isothermen aufweisen. Frequenz 700, die mit Hilfe eines Röhrengenerators erhalten wurde, ergab nichts mehr Neues, da er nur eine kleine Energie abgeben konnte. Die Spule S war dabei durch einen lamellierten Eisenkern mit dem Röhrengenerator gekoppelt. Diese qualitativen Versuche ergaben bereits, dass es sich durchaus lohnen werde, die Theorie von Wehrli und Hardung quantitativ zu prüfen. Zugleich zeigte

[1]) A. Hagenbach und P. Bächtiger, Helv. Phys. Acta **2**, 146, 1929.

sich die Notwendigkeit eines Niederfrequenzgenerators für die Frequenzen 0—5, sowie eines leistungsfähigen Röhrengenerators für die Frequenzen 100—4000. Wechselstrom der Frequenz 50 konnte dem städtischen Leitungsnetze entnommen werden.

Zuerst wurde nun eine kritische Prüfung der ganzen Methode vorgenommen. Der Wechselstrom kann dem Bogen auch noch in anderer Weise überlagert werden, als es in Fig. 2 geschieht, indem die Wechselspannung unter Einschaltung einer Kapazität direkt über Entladungsstrecke und induktionsfreien Widerstand gelegt wird (siehe Fig. 6). Beide Überlagerungsmethoden ergaben dasselbe Resultat. Ferner ist die Form der dynamischen Charakteristik völlig unabhängig von irgendwelchen Vorgängen im Stromkreise, d. h. es kann z. B. eine beliebige Selbstinduktion in den Gleichstromkreis gelegt oder eine Kapazität und eine Selbstinduktion der Entladungsstrecke + induktionsfreien Widerstand parallel geschaltet werden, ohne dass sich die Form der dynamischen Charakteristik ändert (vorausgesetzt natürlich, dass die Kurvenform des überlagerten Wechselstromes konstant bleibt).

Die Oszillographenröhre wurde in eine grosse Eisentrommel gesetzt, um die Röhre vor magnetischen Störungen zu schützen. Wenn nun das eine Plattenpaar der Röhre kurzgeschlossen und an das andere eine Wechselspannung gelegt wurde, so zeigte der Schirm keinen geraden Strich, wie ich natürlich erwartete, sondern eine ellipsenähnliche schmale Figur. Die Breite der Fläche stieg mit wachsender Frequenz und Wechselspannung. Für $\nu = 700$ und u_{max} ca. 40 Volt betrug die Breite ca. 1,5 mm. Mannigfaltige Versuche erwiesen einwandfrei, dass diese Erscheinung durch die Konstruktion der Röhre bedingt ist[1]). Jedenfalls sind es Wandladungen, wie sie besonders von Günthersculze[2]) beim sogenannten Pseudohochvakuum in Entladungsgefässen untersucht wurden. Umwickeln der Röhre mit Stanniolpapier und Erdung desselben machte nicht viel aus. Durch diese Störung kann bei einer dynamischen Charakteristik je nach dem eine zu grosse oder zu kleine Fläche vorgetäuscht werden[3]). Per Zufall zeigte sich nun ein Mittel, wie diese Störung für Frequenzen bis ca. 4000 und nicht zu grosse Figuren in der Mitte des Schirmes zum Verschwinden gebracht werden kann. Parallel den Ablenkungsplatten der Röhre in einer Distanz von ca. 7 cm wurden Metall-

[1]) Eine weitere im Institut verwendete Oszillographenröhre gleicher Art zeigt dieselbe Störung.

[2]) A. Günthersculze, Zeitschr. f. Phys. **31**, 606, 1925.

[3]) So scheint es mir, dass diese Störung bei B. Klarfeld, Zeitschr. f. Phys. **60**, 384, 1930 vorliegt.

platten $P_1 P_2$ (15 × 20 cm) angebracht und verbunden wie Fig. 3 zeigt. Fig. 4a und 4b zeigen die Wirkung dieser Platten (a ohne Platten, b mit Platten). Die schräge Linie wurde erhalten, indem die beiden Platten P_x und P_y auch noch miteinander verbunden und eine Wechselspannung daran gelegt wurde. Diese Linie darf natürlich auch keine Fläche umschreiben. Hierauf wurde nun

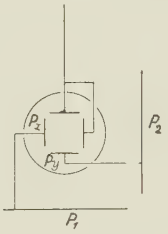

Fig. 3.

die Eichung der Röhre vorgenommen. Legt man an das eine Plattenpaar der Röhre eine Wechselspannung und an das andere nacheinander die Gleichspannungen — 30, — 20, — 10, 0, + 10, + 20, + 30 Volt, so erhält man auf dem Schirm der Röhre ein Netz von Linien, die um je 10 Volt auseinanderliegen. Dieses mit einem Photographenapparat aufgenommene Netz wurde auf

Fig. 4a.

Fig. 4b.

$v = 580$.

durchsichtiges Zelluloid eingeritzt und die Ritzen mit Farbe ausgefüllt. Mit Hilfe dieses Eichnetzes konnten nun die später aufgenommenen dynamischen Charakteristiken auf ein genau kartesisches Koordinatensystem übertragen werden, wobei ein Punkt der statischen Charakteristik als Bezugspunkt diente. Photographenapparat und Oszillographenröhre wurden natürlich wäh-

rend der ganzen Untersuchung unverrückbar festgehalten. Lumièreplatten S. E. ergaben die kleinste Belichtungszeit, welche für eine nicht zu grosse Figur ca. 1,5 Minuten betrug. Wurde aber an die Platten P_x und P_y die Gleichspannung + 30 Volt gelegt, so stimmte der so erhaltene Punkt nicht mit dem Eichnetze überein (er liegt näher dem Mittelpunkte der Röhre), d. h. die Eichung ist von der Frequenz abhängig. Da die Abweichung erst für höhere Frequenzen und Punkte nahe dem Rande des Schirmes merklich wird, wurde, in Anbetracht der kurzen Lebensdauer der Röhre auf weitere Aufnahmen von Eichnetzen verzichtet. Die maximale Abweichung am Rande der Röhre beträgt für die Frequenzen 0 und 4000 ca. $1\frac{1}{2}$ Volt.

Der induktionsfreie Widerstand W besteht aus Kohlestäben von 2,7 mm Durchmesser. Der Gesamtwiderstand beträgt 43,9 Ohm. Später wurde der Widerstand noch durch einige Chromnickelbänder auf 58,3 Ohm erhöht. Eine Überschlagsrechnung zeigt, dass die durch Temperaturerhöhung hervorgerufene Änderung zu vernachlässigen ist. Eine Widerstandsbestimmung unter Belastung mit Hilfe von zwei Siemens und Halske-Präzisionsinstrumenten bestätigten dies. Da die höchste von mir verwendete Frequenz 3900 betrug, so ist eine nennenswerte Störung durch Skineffekt usw. ausgeschlossen. Versuche unter Verwendung eines induktionsfreien Nickelinwiderstandes ergaben ferner, dass keine Widerstandsabhängigkeit von der angelegten Wechselspannung vorliegt, wie es E. Alberti und A. Günther-Schulze[1]) an Silitstäben gefunden haben.

Die aufgenommenen dynamischen Charakteristiken der Neonpunktlampe ergaben unter gleichen Versuchsbedingungen völlige Reproduzierbarkeit. Die mit einem Drehspiegel beobachteten Kurvenformen von Strom und Spannung der dynamischen Charakteristiken (Freq. 50) zeigten, dass die Sinusform des Stromes erhalten bleibt, während die Spannungskurve verzerrt wird.

Wenn nun dem Punkte U_0, I_0 der statischen Charakteristik ein Wechselstrom mit grösserer Amplitude und hoher Frequenz überlagert wird, so geht die Isotherme nicht durch den Punkt U_0, I_0, sondern sie liegt tiefer, was ohne weiteres zu verstehen ist, wenn man bedenkt, dass der Wechselstrom infolge des steigenden Charakters der dynamischen Charakteristik Leistung an die Kathode abgibt. Diese zusätzliche Leistung bewirkt eine Erhöhung der Kathodentemperatur, was bekanntlich bei der Bogenentladung eine Erniedrigung des Kathodenfalles zur Folge hat.

---

[1]) E. Alberti und A. Günther-Schulze, Zeitschr. f. techn. Phys. **6**, 11, 1925.

Die Anodenspannung der Oszillographenröhre betrug bei allen Aufnahmen 292 Volt, die Spannung wurde während jeder Aufnahme kontrolliert.

Um nun die Theorie von Wehrli und Hardung quantitativ zu prüfen, baute ich eine Entladungsapparatur, wie sie im wesentlichen schon von Wehrli[1]) ausgearbeitet wurde. Als Entladungsgefäss diente eine mit sehr reinem Stickstoff gefüllte Glaskugel von 18 cm Durchmesser. Das einer Bombe entnommene N_2-Gas wurde zuerst durch ein glühendes Kupfernetz vom Sauerstoff gereinigt. Eine mit Ätzkali gefüllte Röhre reinigte das N_2 von CO_2, worauf der Stickstoff durch mehrere Trockenröhren (P_2O_5) dem Kolben zugeführt wurde. Der Vorgang der Einfüllung war ungefähr folgender: Zuerst wurden mit Hilfe einer rotierenden Schieberpumpe und einer Quecksilberdiffusionspumpe Kolben, Trockenröhren und Ätzkaliröhre auf ca. 10^{-3} mm Hg ausgepumpt. Nachdem nun der Druck des Kolbens durch langsames einströmen von N_2 auf ca. 100 mm gestiegen war, wurde nach nochmaligem Abpumpen die definitive Füllung vom gewünschten Drucke eingelassen. Die zur Einfüllung der definitiven Füllung von 400 mm benötigte Zeit betrug ca. 2 Stunden. Die Elektroden bestanden aus Wolframkügelchen oder Wolframstäben. Die Kathode war stets unten, um sie vom aufsteigenden Wärmekonvektionsstrom möglichst zu schützen. Am Kathodenhalter war eine revolverartige Einrichtung angebracht, so dass in der gleichen N_2-Atmosphäre drei Kathoden untersucht werden konnten. Als Hauptbedingung für einwandfreie Messungen ergab sich stets: Vollständige Trockenheit des Gases. Das Entladungsgefäss stand daher in steter Verbindung mit einem kleinen mit P_2O_5 gefüllten Kolben. Zur Temperaturmessung der Elektroden diente ein von der Phys. techn. Reichsanstalt geprüftes optisches Pyrometer[2]) nach Holborn und Kurlbaum von der Firma Siemens und Halske. Es wurde streng darauf geachtet, stets mit blanken Elektroden und sauberem Kolben zu messen. Die Bogenlänge wurde direkt in der 14fach vergrössernden Projektion abgelesen. Die Genauigkeit beträgt ca. $\pm$ 0,02 mm. Die zur Strom- und Spannungsmessung verwendeten Instrumente von Siemens und Halske besitzen nach Angabe der Fabrik einen maximalen Fehler von 1%.

Im weiteren wurde der aus den Vormessungen sich als notwendig erwiesene leistungsfähige Röhrengenerator sowie eine Niederfrequenzmaschine gebaut. Drei parallel geschaltete Tele-

[1]) M. Wehrli, Zeitschr. f. Phys. **44**, 301, 1927.

[2]) Das Pyrometer wurde mir von Herrn Privat-Dozent Dr. M. Wehrli freundlichst zur Verfügung gestellt, wofür ihm hiemit bestens gedankt werde.

funkenröhren RV 218 in einem Röhrengenerator nach Schaltung der Fig. 2 ergaben max. ca. 30 Watt nutzbare Schwingungsenergie der Frequenzen 100—4000, was im allgemeinen auch für die Isothermen ausreichte. Als Isotherme bezeichnet man also

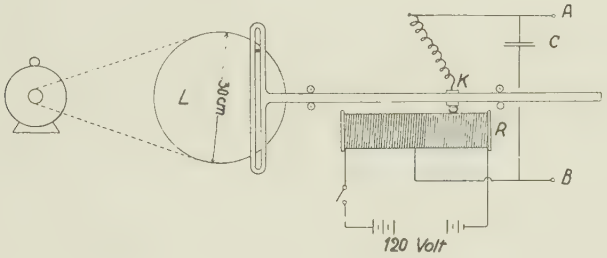

Fig. 5.

nach § 1 die U, I Kurve, d. h. dynamische Charakteristik bei konstanter Kathodentemperatur. Die Wirkungsweise der gebauten Niederfrequenzmaschine ersieht man am besten aus Fig. 5. R ist ein auf einen Schieferzylinder regelmässig gewickelter Chromnickeldraht von 18,8 Ohm (Windungszahl 140). Dreht sich das

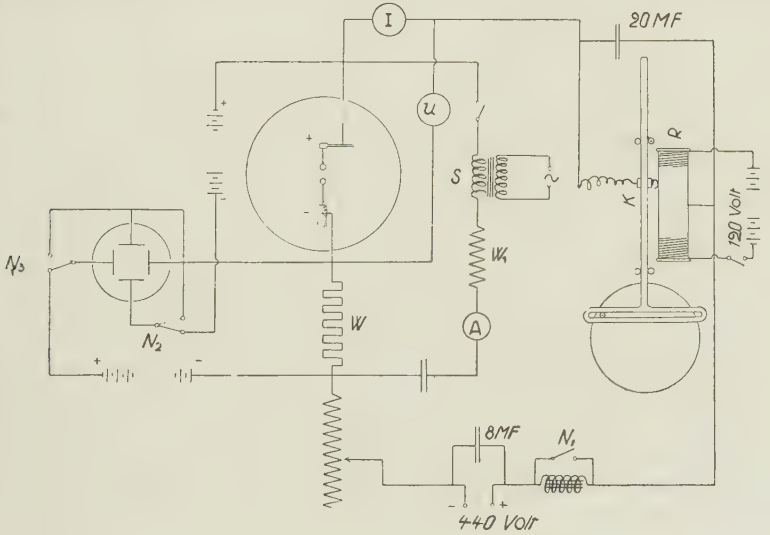

Fig. 6.

Rad L mit konstanter Geschwindigkeit, was durch Verwendung eines grossen Nebenschluss-Gleichstrommotors erreicht wurde, so entsteht über den Punkten A—B offenbar eine sinusförmige Spannung. Die infolge der endlichen Windungszahl entstehende

Treppenförmigkeit der Kurvenform wurde durch die Kapazität C von ca. 20 MF praktisch zum Verschwinden gebracht. Die grösste Mühe verursachte die Konstruktion eines völlig funkenfreien Schleifkontaktes, was durch eine gewisse Kontaktbreite und durch schwaches Abfeilen der runden Widerstandsdrähte erreicht wurde. Mit dieser Maschine konnten die Frequenzen 0,6—3,0 hergestellt werden. Aus Fig. 6 ist das definitive Schaltungsschema (nur prinzipiell) ersichtlich, wie es für die nachfolgenden Messungen verwendet wurde. Spule S diente zur Überlagerung der Frequenzen 50—3900. W_1 verhindert ein Selbstschwingen des Bogens, was natürlich nur möglich wäre, solange $\cos \Theta < 0$. Beim Lauf der Niederfrequenzmaschine wurde der Schalter N_1 geschlossen. Dadurch, dass der Bogenstrom den Widerstand R teilweise durchfliesst, sind die Spannungsamplituden der beiden Halbperioden allerdings nicht gleich gross. Die Differenz ist infolge des geringen Bogenstromes (max. 0,8 Amp.) und kleinen Widerstandes R (nur $2 \times 9{,}4$ Ohm) nur wenige Volt. Dieser Fehler wurde jeweils korrigiert, indem nicht genau der Mittelpunkt von R als Nullpunkt des Schleifkontaktes K eingestellt worden war. Dadurch sind die Zeiten der beiden Halbperioden nicht genau gleich lang, was aber nicht viel ausmacht. Die beiden Schalter N_2 und N_3 dienten zur Aufnahme des Axenkreuzes des Koordinatensystems.

I. Die experimentell ermittelten und berechneten dynamischen Charakteristiken.

§ 3. Resultate der Messungen.

a) *Kugelkathode.*

Als Kathode wurde eine Wolframkugel von 1,76 mm Durchmesser an einem 0,33 mm dicken Stiele verwendet[1]), als Anode eine Wolframkugel von 2,39 mm Durchmesser und 1,00 mm Stieldicke. p_0 der Kaltdruck betrug 420 mm Hg (bei 20° C). p bedeutet stets den Warmdruck. Um die Gassäule vernachlässigen zu können, ist eine kurze Bogenlänge l nötig. Als Bogenlänge wird der kürzeste Abstand der Elektroden bezeichnet. Es lag daher nahe, zuerst die Spannung als Funktion der Bogenlänge zu untersuchen. Fig. 7a zeigt das Ergebnis für $I_0 = 0{,}80$ Amp. Die Kurve weist

[1]) Einige dieser Elektroden wurden mir durch Herrn Dr. W. de Groot von der Philips-Glühlampenfabrik zur Verfügung gestellt, wofür ihm und der Firma Philips hiemit gedankt werden möge.

einen analogen Verlauf auf, wie die von GÜNTHERSCHULZE[1]) für die Glimmentladung in niederen Drucken gemessenen Kurven. Das auftretende Spannungsminimum A wird von GÜNTHERSCHULZE gleich dem Kathodenfall gesetzt, d. h. der Anodenfall soll Null sein[2]). Der nachfolgende steile Spannungsanstieg soll durch den mit wachsender Bogenlänge entstehenden Anodenfall hervorgerufen werden. Dass dies auch bei der Bogenentladung der Fall ist, beweist Fig. 7b, welche die Anodentemperatur als Funktion der Bogenlänge darstellt; denn mit zunehmendem Anodenfall wird die auf die Anode fallende Energie entsprechend grösser, was ein Ansteigen der Anodentemperatur bewirkt. Die gemessene Kathodentemperatur bleibt konstant. Der weitere

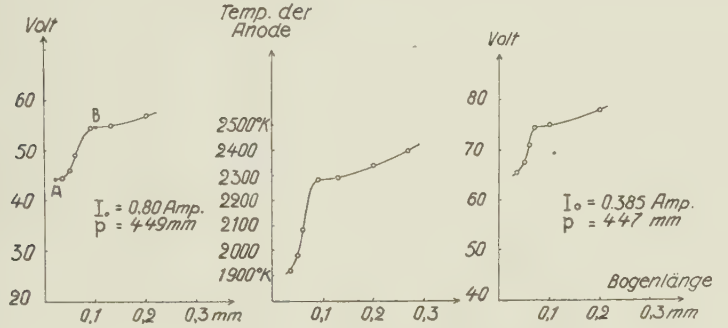

Fig. 7a. Fig. 7b. Fig. 7c.

Spannungsanstieg von der Bogenlänge B an ist der zunehmenden Gassäule zuzuschreiben, was ja bekannt ist[3]). Ob nun der Anodenfall im Punkte A null ist, kann damit natürlich nicht bewiesen werden, aber jedenfalls lässt sich folgendes feststellen: Im Punkte B ist der Anodenfall um ca. 10 Volt höher als im Punkte A. Wir wollen im folgenden mit GÜNTHERSCHULZE annehmen, dass der Anodenfall im Punkte A der Fig. 7a zu vernachlässigen ist. Die Messungen von M. WEHRLI[4]) zeigen ferner, dass der Kathodenfall unabhängig von der Bogenlänge ist. Fig. 7 ergibt daher ein sehr einfaches Mittel, den Einfluss des Anodenfalles auf die dynamische Charakteristik zu bestimmen. Ist z. B. die dynamische Charakteristik im Punkte B der Form nach gleich wie im Punkte A, so folgt daraus: der Anodenfall bleibt konstant, d. h. die Elek-

[1]) A. GÜNTHERSCHULZE, Zeitschr. f. Phys. **30**, 175, 1924.

[2]) A. GÜNTHERSCHULZE, Elektr. Gleichrichter und Ventile, p. 61, Verlag Springer 1929.

[3]) M. WEHRLI, Zeitschr. f. Phys. **44**, 301, 1927.

[4]) M. WEHRLI, Helv. Phys. Acta **I**, 333, 1928.

trodenspannung setzt sich aus dynamischem Kathodenfall + einer konstanten Spannung zusammen. Mangels genau bekannter Kathodenfälle habe ich für die nachfolgenden Rechnungen stets das Spannungsminimum als Kathodenfall angenommen. Fig. 7c zeigt die entsprechende Kurve für $I_0 = 0{,}385$ Amp. Auf die Interpretation dieser Kurven wird in § 6 näher eingegangen. Da die Bogenlänge mit grösster Sorgfalt bestimmt wurde, so dürfte ihre Genauigkeit $\pm 0{,}01$ mm betragen. Kurve 1 der Fig. 8 stellt die statische Charakteristik für eine Bogenlänge $l = 0{,}10$ mm dar, ferner ist die absolute Temperatur der Kathode (Kugel) eingezeichnet (Kurve 2). Aus Tabelle 1 sind die genauen Werte ersichtlich.

Tabelle 1.

I_0 Amp.	U_0 Volt	S_1^0 K	ΔS_1^0	S_2^0 K	T^0K	ρ
0,05	222	2076	24	2100	2283	
0,07	190	2175	28	2203	2405	
0,09	163,5	2232	31	2263	2480	
0,12	139,5	2275	33	2308	2535	444 mm
0,16	117,5	2323	36	2359	2598	
0,20	104,5	2355	38	2393	2640	
0,26	91	2400	41	2441	2700	
0,32	81,5	2435	43	2478	2746	
0,385	75	2460	45	2505	2780	
0,46	69,5	2493	46	2539	2822	
0,53	65	2516	48	2564	2853	
0,60	61	2546	50	2596	2895	
0,70	58	2562	51	2613	2917	
0,80	54,5	2590	53	2643	2955	
0,90	51,5	2602	54	2656	2973	
1,00	50	2620	55	2675	2998	
1,10	48,5	2635	56	2691	3019	
1,20	46,5	2650	57	2707	3039	461 mm

Dabei bedeuten $S_1^0 K$ die mit dem Pyrometer bestimmte schwarze Temperatur, sie ist ein Mittelwert aus ca. 5 Messungen; ΔS_1^0 die infolge Glasabsorption und Reflexion des Kolbens notwendige Korrektion, sie wurde der Arbeit von M. Wehrli[1]) entnommen, da die beiden Kolben beinahe das gleiche Glas besitzen; $S_2^0 K$ die korrigierte schwarze Temperatur; $T^0 K$ die mit Hilfe der Zwikker'schen[2]) Emissionskoeffizienten aus der schwarzen Tem-

[1]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta, **1**, 323, 1928.

[2]) C. Zwikker, Propriétés physiques du tungstène aux hautes températures. Diss. Amsterdam 1925.

peratur berechnete absolute wahre Temperatur. Eine spätere Kontrolle der Messungen in Tabelle 1 ergab für $I_0 = 0{,}385$ Amp. $T^0K = 2768$.

Durch Überlagern eines Wechselstromes der Frequenz 3600 wurde in verschiedenen Punkten U_0, I_0 der statischen Charakteristik die Isothermen mit der Oszillographenröhre bestimmt. Fig. 8 zeigt die Ergebnisse. Damit z. B. die Isotherme durch den Punkt $I_0 = 0{,}385$ Amp. erhalten wurde, musste der Wechsel-

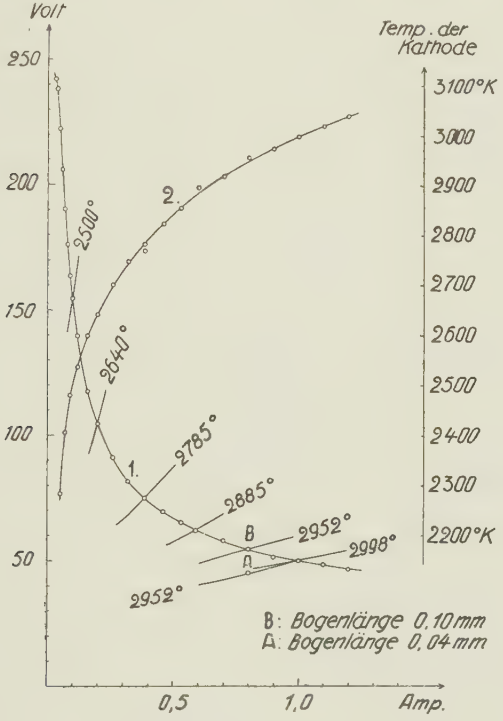

Fig. 8.

strom dem Punkte $I_0 = 0{,}380$ Amp. überlagert werden, worauf schon hingewiesen worden ist. Wie man aus Fig. 8 ersieht, sind die Isothermen für diese kleinen Amplituden beinahe gerade Linien. Die Amplituden konnten klein gewählt werden, weil für die Berechnung der dynamischen Charakteristik nur die Tangentialebene an die charakteristische Fläche bekannt sein muss.

In § 1 ist bewiesen worden, dass die elektromotorische Gegenkraft der Annahme (1) in der Simon'schen Theorie widerspricht. (Die Isothermen sollten nach Simon auf Geraden durch den Null-

punkt liegen.) Die experimentell gefundenen Isothermen in Fig. 8 lassen erneut die Unrichtigkeit von Annahme (1) erkennen: sie ergeben elektromotorische Gegenkräfte zwischen 20 und 90 Volt. (Nach § 1 ist der von der Tangente an die Isotherme gebildete Ordinatenabschnitt (U Axe) gleich der elektromotorischen Gegenkraft: die Tangente ist natürlich im Punkte U_0, I_0 der statischen Charakteristik zu zeichnen.) Über die Neigung der Isothermen im Gebiete der Bogenentladung gilt angenähert folgendes Gesetz:

Die durch den Punkt U_0, I_0 zur U Axe parallele Gerade halbiert den Winkel zwischen statischer Charakteristik und Isotherme.

Für die Stromstärke $I_0 = 0{,}80$ Amp. wurde die Isotherme auch bei einer Bogenlänge von $l = 0{,}04$ mm aufgenommen. Wie Fig. 8 zeigt, sind die Isothermen bei konstanter Gleichstromstärke I_0 für die Bogenlängen 0,10 und 0,04 mm sozusagen parallel (Isothermen für die Punkte A und B in Fig. 8 und 7a).

Die durch Überlagerung der Frequenzen 0,6, 1,4, 2,7, 50 und 230 erhaltenen dynamischen Charakteristiken werden durch Fig. 9a—9e und Fig. 11a—11e dargestellt, wobei jeweils noch die statische Charakteristik und die Isotherme eingezeichnet sind. In Fig. 9a—9e beträgt $I_0 = 0{,}385$ Amp. $l = 0{,}10$ mm und in Fig. 11a—11e $I_0 = 0{,}80$ Amp. $l = 0{,}10$ resp. $l = 0{,}04$ mm. Fig. 11a—11e zeigen deutlich, dass der Anodenfall praktisch konstant bleibt, d. h. die Kurven stellen die dynamischen Kathodenfälle dar. Für die niederen Frequenzen konnte der Umlaufssinn der Kurven direkt auf dem Schirme der Oszillographenröhre festgestellt werden. Sie werden im negativen Sinne, d. h. mit dem Uhrzeiger durchlaufen. Aus Stetigkeitsgründen folgt für die dynamischen Charakteristiken der Frequenz 50 und 230 der gleiche Umlaufssinn. Man bezeichnet dies nach R. Seeliger[1]) als positive Hysterese. (Bei der von R. Seeliger untersuchten Glimmentladung ruft aber der Temperaturverlauf der Kathode eine negative Hysterese hervor, da der anomale Kathodenfall bei Erhöhung der Kathodentemperatur steigt!)

b) *Stabkathode.*

Als zweite Kathode benutzte ich einen zylindrischen Wolframstab von 1,75 mm Durchmesser und 28 mm Länge[2]). Die Anode

[1]) R. Seeliger, Jahrb. d. Radioakt. **20**, 353, 1923.

[2]) Die „Vereenigde Draadfabrieken" von Nijmegen (Holland) stellte mir den Wolframdraht zur Verfügung, wofür ihr hiemit gedankt werden möge.

beobachtet

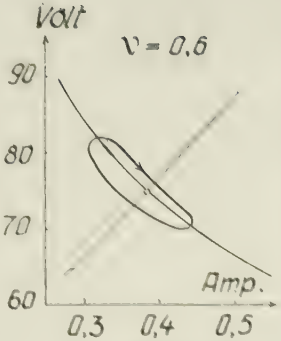

Fig. 9a.

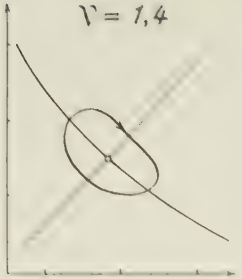

Fig. 9b.

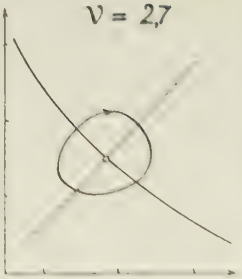

Fig. 9c.

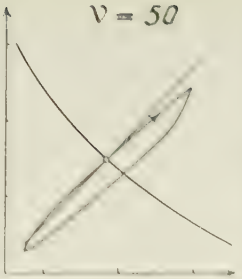

Fig. 9d.

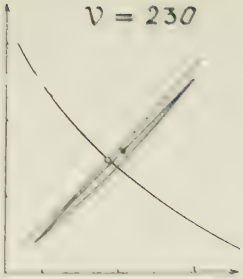

Fig. 9e.

Berechnet

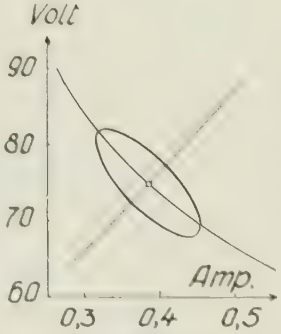

Fig. 10a.

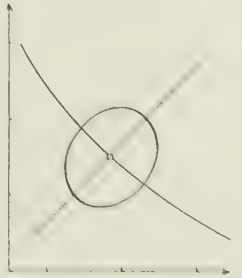

Fig. 10b.

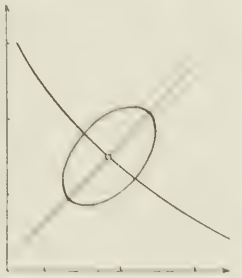

Fig. 10c.

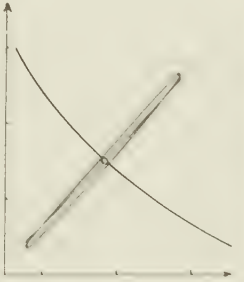

Fig. 10d.

Fig. 10e.

Beobachtet

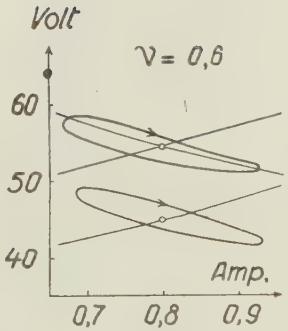

Fig. 11a.

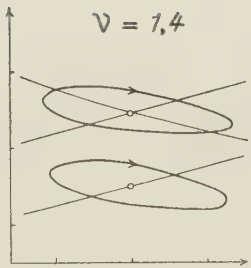

Fig. 11b.

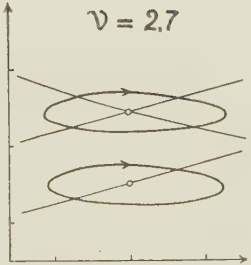

Fig. 11c

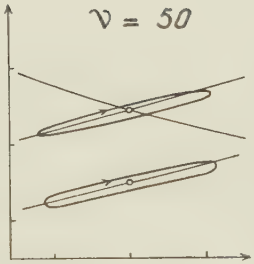

Fig. 11d.

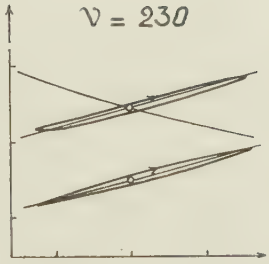

Fig. 11e.

Berechnet

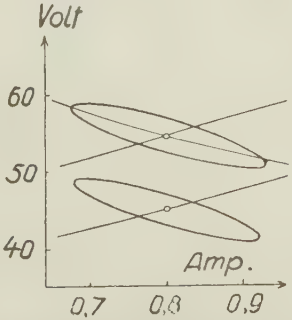

Fig. 12a.

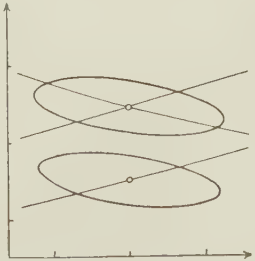

Fig. 12b.

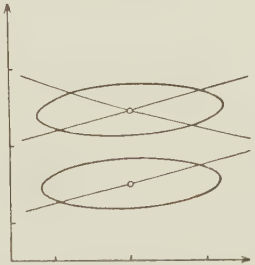

Fig. 12c.

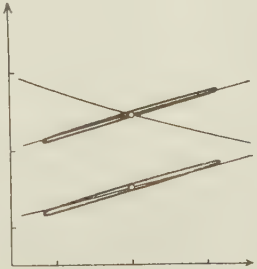

Fig. 12d.

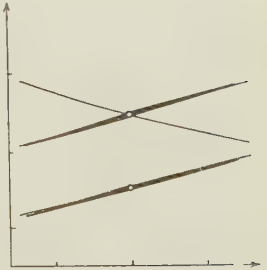

Fig. 12e.

ist dieselbe wie bei der Kugelkathode. Die Stabkathode war am Ende eben geschliffen, wobei aber um scharfe Ecken zu vermeiden die Kante abgerundet wurde. Fig. 13 stellt die genau der Fig. 7 entsprechenden Kurven für die Stabkathode dar: Die Elektrodenspannung als Funktion der Bogenlänge sowie die Anodentemperaturen. Die Kathodentemperatur bleibt konstant. Sie wurde möglichst am Stabende gemessen. Wie aus Fig. 13 ersichtlich ist, sind hier die Spannungsminima gegenüber der Kugelkathode ausgeprägter, d. h. der Wiederanstieg der Spannung gegen $l = 0$ ist bereits sehr deutlich. Fig. 14 gibt die statische Charakteristik für $l = 0{,}10$ mm (Kurve 1), die Kathodentemperatur als Funktion der Stromstärke (Kurve 2) sowie eine Anzahl Isothermen ($v = 3600$)

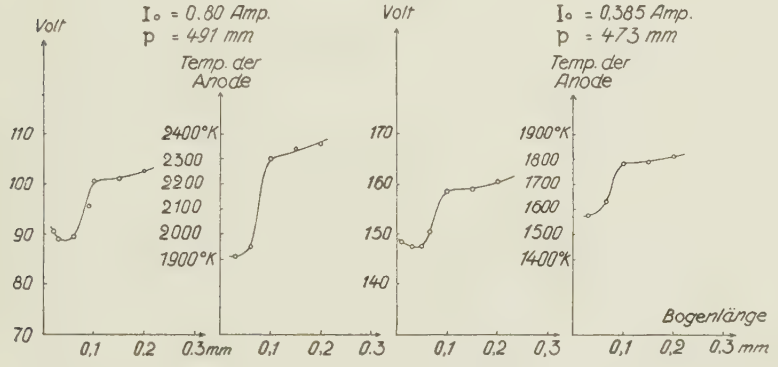

Fig. 13a. Fig. 13b. Fig. 13c. Fig. 13d.

wieder. p_0 betrug 417 mm bei 17° C, $p_{\max.} = 495$ mm. Für die Stromstärke $I_0 = 0{,}80$ Amp. wurde wieder die Isotherme bei einer Bogenlänge $l = 0{,}05$ mm aufgenommen. Bei diesem Drucke ist der Übergang von der Glimm- zur Bogenentladung stetig, er liegt ungefähr bei $I_0 = 0{,}18$ Amp. Fig 15a—15e und Fig. 17a—17e zeigen die dynamischen Charakteristiken für die Frequenzen 0,8, 1,7, 2,8, 50 und 220, wobei stets noch die statische Charakteristik und die Isotherme eingezeichnet sind. I_0 beträgt 0,385 Amp. bei einer Bogenlänge von 0,10 mm resp. 0,80 Amp. $l = 0{,}10$ und $l = 0{,}05$ mm. Fig. 17 ergibt wieder deutlich, dass der Anodenfall praktisch konstant bleibt. Die dynamischen Charakteristiken sind aber nicht wesentlich von denjenigen der Kugelkathode verschieden.

§ 4. Berechnung der dynamischen Charakteristiken.

a) *Kugelkathode.*

Mit Hilfe von Gleichung (20) wird nun zuerst c_k berechnet. Die verwendeten Zahlen sind:

$V = 2{,}85$ mm³ Volumen der Kugel
$q = 0{,}0855$ mm² Querschnitt des Stieles
$O = 9{,}645$ mm² Oberfläche der Kugel
$d = 1{,}04$ mm Umfang des Stieles
$\lambda = 1{,}43$ Wärmeleitfähigkeit
$c = 0{,}19$ Watt spez. Wärme bei ca. 2500°[1])
$\varrho = 19{,}1$ Dichte von Wolfram

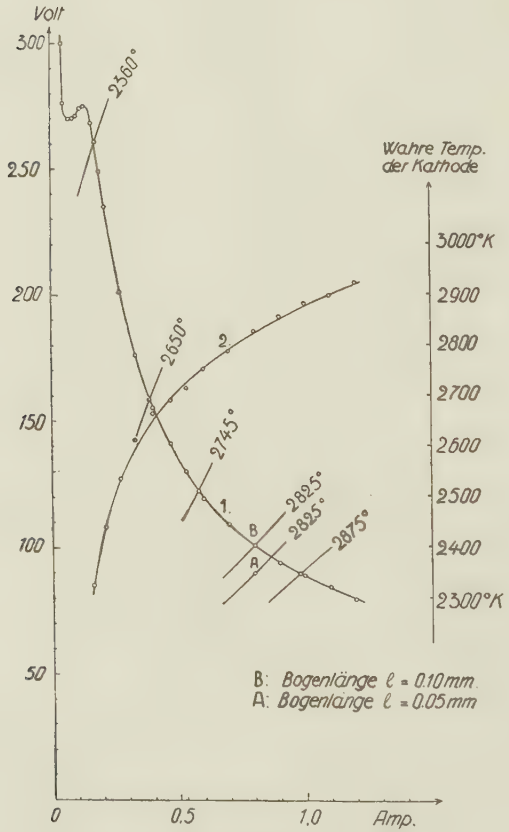

Fig. 14.

[1]) L. I. Bockstahler, Phys. Rev. **25**, 677, 1925.

$I_0 = 0{,}385$ *Amp.*
$l = 0{,}10$ mm

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= 0{,}0417 \text{ bei } 2785^0 \text{ K} \\ h_3 &= 0{,}0256 \text{ bei } 2030^0 \text{ K} \end{aligned}\right\} \text{ Abstrahlkonstanten,}$$

wobei also als mittlere Temperatur des Stieles 2030^0 K zugrunde gelegt ist (siehe unter b, Stabkathode).

$\vartheta_0 = 2785^0$ K (Fig. 8) Temperatur der Kugel
$U_{k_0} = 65$ Volt (Spannungsminimum Fig. 7)
$\varphi^- = 4{,}5$ Volt Austrittsspannung der Elektronen.

Aus diesen Werten ergibt sich c_k zu

$$c_k = 0{,}70$$

$I_0 = 0{,}80$ *Amp.*
$l = 0{,}10$ und $0{,}04$ mm

$h_1 = 0{,}0508$ bei 2952^0 K
$h_3 = 0{,}0311$ bei 2110^0 K
$\vartheta_0 = 2952^0$ K
$U_{k_0} = 44$ Volt;

daraus folgt

$$c_k = 0{,}65.$$

Unter Verwendung der in Fig. 8 zusammengestellten Resultate ergibt sich als Gleichung für die Tangentialebene an die charakteristische Fläche im Punkte

$I_0 = 0{,}385$ Amp. $U_0 = 75$ Volt $\vartheta_0 = 2785^0$ K $l = 0{,}10$ mm
$\vartheta_0 = -2{,}96\, U + 315{,}6\, I + 2885{,}5$
$I_0 = 0{,}80$ Amp. $U_0 = 54{,}5$ Volt $\vartheta_0 = 2952^0$ K $l = 0{,}10$ mm
$\vartheta_0 = -4{,}814\, U + 123{,}4\, I + 3115{,}7$
$I_0 = 0{,}80$ Amp. $U_0 = 45$ Volt $\vartheta_0 = 2952^0$ K $l = 0{,}04$ mm
$\vartheta_0 = -4{,}758\, U + 124{,}9\, I + 3066{,}2.$

Ist $S(\vartheta_0)$ das Strahlungsgesetz, so ergibt für kleine Schwingungen eine nach dem zweiten Gliede abgebrochene Taylorentwicklung die Gleichung

$$S(\vartheta_0) = S(b) + \left(\frac{\partial S}{\partial \vartheta_0}\right)_{\vartheta_0 = b} \Delta \vartheta_0 .$$

Für eine Gleichstromstärke I_0 bleiben $S(b)$ und $\frac{\partial S}{\partial \vartheta_0} = h'$ konstant. Man ersieht leicht, dass daher im stationären Gliede (20) für h_1 und h_3 natürlich $\frac{S(b)}{\vartheta_0}$ zu setzen ist, während in den dynamischen Gliedern (15) und (14) anstelle von h_1 und h_3 $\frac{\partial S}{\partial \vartheta_0} = h'$ tritt.

Beobachtet

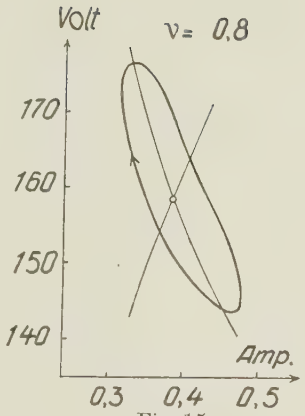

Fig. 15a.

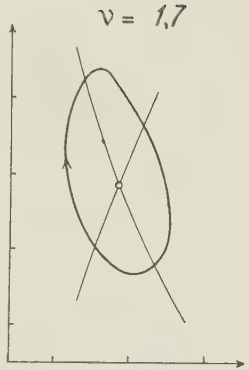

Fig. 15b.

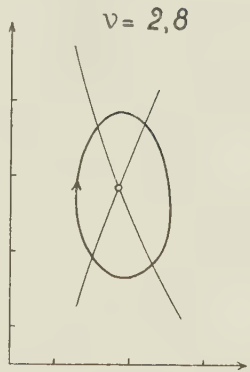

Fig. 15c.

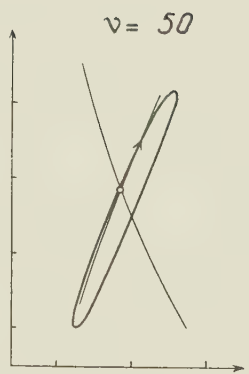

Fig. 15d.

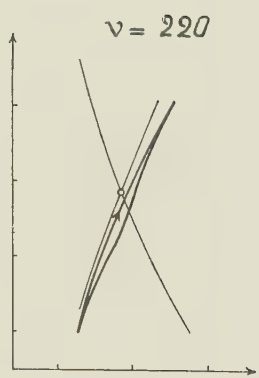

Fig. 15e.

Berechnet

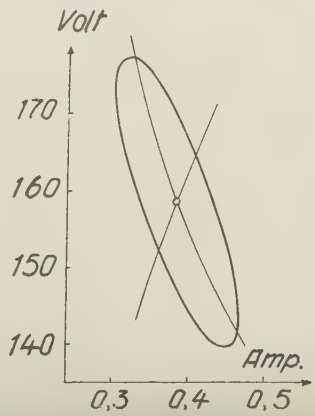

Fig. 16a.

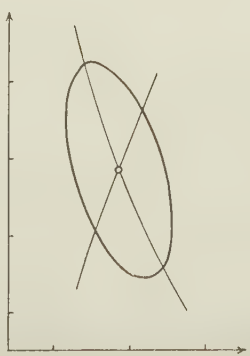
Fig. 16b.

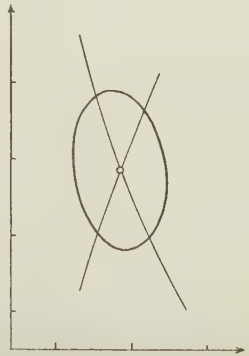
Fig. 16c.

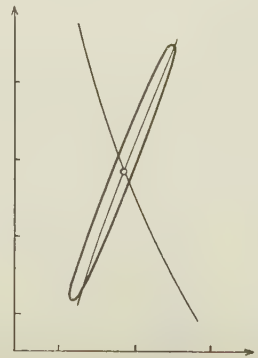
Fig. 16d.

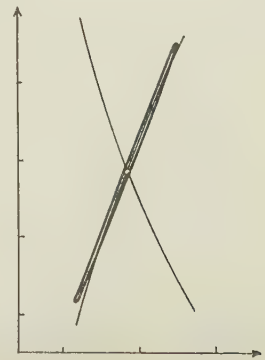
Fig. 16e.

Beobachtet

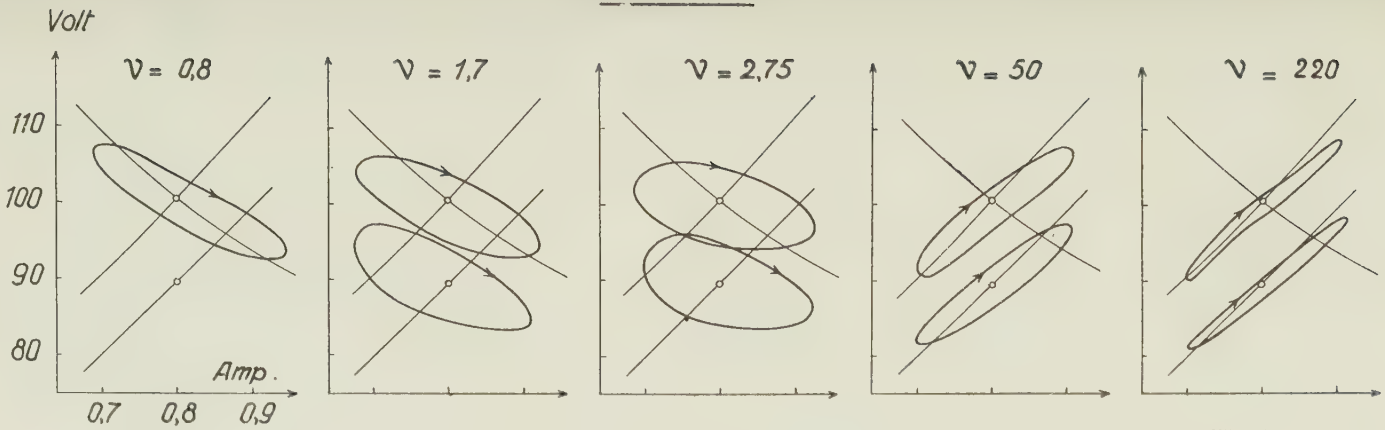

Fig. 17a. Fig. 17b. Fig. 17c. Fig. 17d. Fig. 17e.

Berechnet

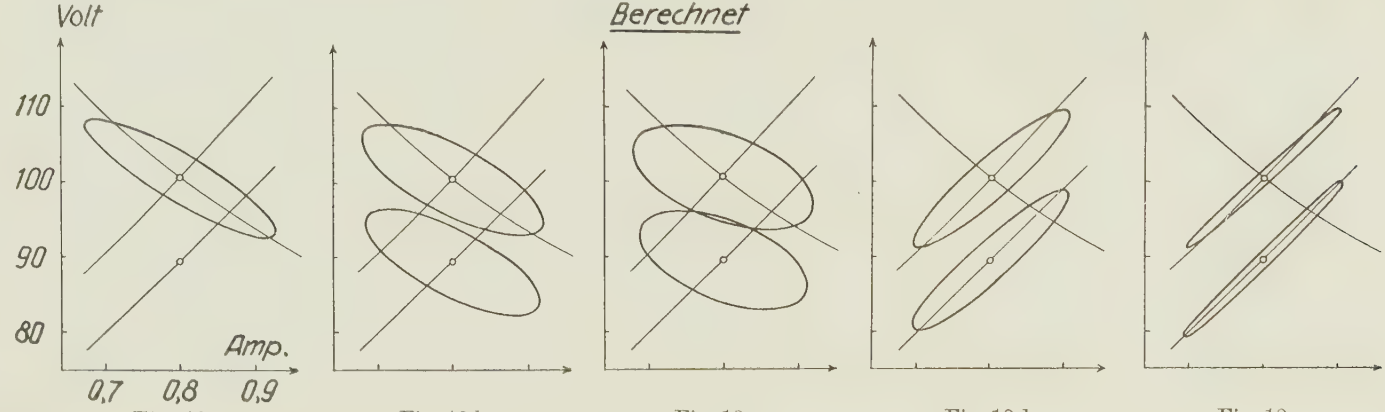

Fig. 18a. Fig. 18b. Fig. 18c. Fig. 18d. Fig. 18e.

Graphisch erhält man aus dem der Arbeit von C. Zwikker[1]) entnommenen Strahlungsgesetze:

$I_0 = 0{,}385$ Amp. $\quad h_1' = 0{,}193 \quad h_3' = 0{,}118$

$I_0 = 0{,}80$ Amp. $\quad h_1' = 0{,}230 \quad h_3' = 0{,}140$

Damit sind nun alle für die Berechnung von X und Y (siehe Gleichung 14) nötigen Grössen gegeben. Tabelle 2 enthält die berechneten Werte sowie die Winkel α und φ (siehe § 1).

Tabelle 2.

	ν	X	Y	α	φ
$I_0 = 0{,}385$ Amp.	0,6	0,0407	0,0228	60° 44′	21° 50′
	1,4	0,0944	0,0237	75° 55′	32° 53′
	2,7	0,1808	0,0250	82° 09′	38° 36′
	50	3,2785	0,0431	89° 15′	44° 38′
	230	15,022	0,0711	89° 44′	44° 54′
	3600	234,52	0,2258	89° 56′	45°
$I_0 = 0{,}80$ Amp.	0,6	0,0406	0,0267	56° 42′	19° 21′
	1,42	0,0956	0,0275	73° 42′	31° 08′
	2,72	0,1820	0,0287	81° 03′	37° 19′
	50	3,2785	0,0468	89° 11′	44° 34′
	230	15,022	0,0746	89° 43′	44° 54′
	3600	234,52	0,2293	89° 57′	45°

Gleichungen (25) und (26) gestatten, mit dem aus Fig. 9 und 11 gegebenen i_0, $\cos\varepsilon$ und u_0 zu bestimmen. Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3.

	ν	i_0	u_0	$\cos\varepsilon$	ε	
$I_0 = 0{,}385$ Amp.						
$l = 0{,}10$ mm	0,6	0,069	7,1	−0,769	140° 20′	
	1,4	0,063	6,6	−0,175	100° 00′	
	2,7	0,063	6,5	+0,506	59° 40′	$c_k = 0{,}70$
	50	0,111	11,8	+0,998	3° 40′	
	230	0,105	11,8	+0,9999	0° 30′	
$I_0 = 0{,}80$ Amp.						
$l = 0{,}10$ mm	0,6	0,129	4,3	−0,870	150° 20′	
	1,4	0,125	3,9	−0,451	116° 50′	
	2,7	0,121	3,5	+0,146	81° 40′	$c_k = 0{,}65$
	50	0,118	3,2	+0,995	5° 40′	
	230	0,140	3,6	+0,9999	0° 50′	
$I_0 = 0{,}80$ Amp.						
$l = 0{,}04$ mm	0,6	0,123	4,1	−0,872	150° 20′	
	1,4	0,117	3,7	−0,451	116° 50′	
	2,7	0,117	3,4	+0,135	81° 40′	$c_k = 0{,}65$
	50	0,114	3,1	+0,995	5° 40′	
	230	0,145	3,7	+0,9999	0° 50′	

[1]) l. c.

Fig. 10a—e und 12a—e zeigen die mit den Werten aus Tabelle 3 konstruierten Ellipsen. Ein Vergleich mit den obenstehenden experimentell gefundenen dynamischen Charakteristiken ergibt, dass die Theorie sehr gut stimmt. Es ist stets zu bedenken, dass für die Berechnung I und U harmonisch angenommen wurden, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist; daraus erklären sich die kleinen Abweichungen gegenüber dem Experimente. Die Theorie vermag aber trotzdem bereits Feinheiten wiederzugeben. So ergibt sie z. B. in völliger Übereinstimmung mit dem experimentellen Befunde, dass die dynamische Charakteristik für die Gleichstromstärke $I_0 = 0{,}80$ Amp. bei einer höheren Frequenz steigend wird als für $I_0 = 0{,}385$ Amp. (siehe Fig. 9c und 11c, Fig. 15c und 17c).

b) *Stabkathode.*

Ganz analog gestaltet sich die Rechnung für die Stabkathode, indem $V = 0$ und $O = q$ (Querschnitt des Stabes) gesetzt wird. Es ist aber von vorneherein zu erwarten, dass die Theorie nicht gut stimmt, da das Wärmeleitungsproblem als linear aufgefasst wurde und für die Abstrahlkonstante eine mittlere Temperatur des Stabes angenommen werden muss. Bei der Kugelkathode macht dies infolge des dünnen Stieles nicht viel aus, da die durch den Stiel abgeleitete Wärmemenge im Verhältnis zu der von der Kugel durch Strahlung weggeführten Energie klein ist. Da die dynamische Charakteristik unabhängig von der Länge des Stabes ist und die Temperatur längs des Stabes infolge der grossen seitlichen Abstrahlung rasch abfällt, muss die mittlere Temperatur unabhängig von der Stablänge sein. Eine gewisse Länge darf natürlich nicht unterschritten werden. Die mittlere Temperatur wurde daher folgendermassen bestimmt. Mit Hilfe des von Wehrli[1]) gemessenen Temperaturabfalles an einem gleichen Stabe wurde die energetische Abstrahlkonstante als Funktion des Abstandes D vom Stabende aufgetragen (D Abszissenaxe). Man sucht nun eine solche Distanz D_0 aus, dass die oberhalb und unterhalb von D_0 abgestrahlten Energien einander gleich sind, d. h. die links von D_0 liegende Fläche zwischen Kurve und Abszissenaxe muss gleich der rechts von D_0 liegenden Fläche sein. Die zu D_0 gehörende Temperatur habe ich als mittlere Temperatur genommen. Die zur Berechnung der dynamischen Charakteristiken für die Stabkathode nötigen Werte sind:

$q = O = 2{,}40$ mm² Querschnitt des Stabes
$d = 5{,}50$ mm Umfang des Stabes

[1]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **I**, 335, 1928.

$I_0 = 0{,}385$ *Amp.* $h_1 = 0{,}0344$ $h_1' = 0{,}163$ bei 2650^0 K
$h_3 = 0{,}0211$ $h_3' = 0{,}099$ bei 2320^0 K
$U_{k_0} = 147$ Volt (Spannungsminimum)

daraus ergibt sich

$c_k = 1{,}00$

$I_0 = 0{,}80$ *Amp.* $h_1 = 0{,}0437$ $h_1' = 0{,}198$ bei 2825^0 K
$h_3 = 0{,}0268$ $h_3' = 0{,}121$ bei 2480^0 K
$U_{k_0} = 89$ Volt
$c_k = 0{,}99$

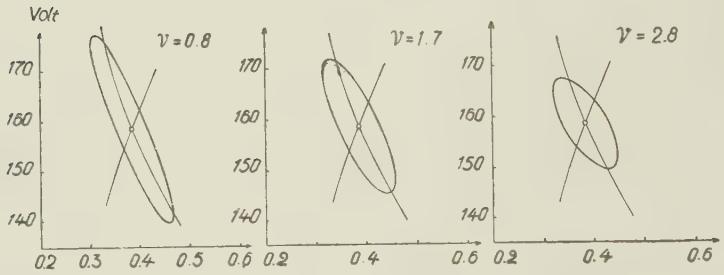

Fig. 19a Fig. 19b. Fig. 19c.

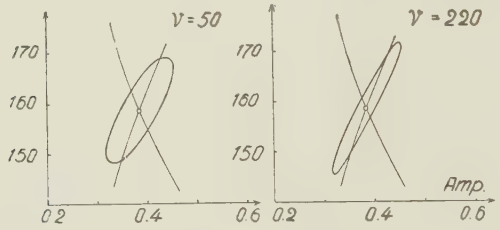

Fig. 19d. Fig. 19e.

Die Tangentialebenen an die charakteristische Fläche ergeben sich zu

$I_0 = 0{,}385$ Amp. $U_0 = 158{,}5$ $\vartheta_0 = 2650^0$ $l = 0{,}10$ mm
$\vartheta_0 = -1{,}23\ U + 311{,}4\ I + 2725{,}1$
$I_0 = 0{,}80$ Amp. $U_0 = 100{,}5$ $\vartheta_0 = 2825^0$ $l = 0{,}10$ mm
$\vartheta_0 = -1{,}805\ U + 186{,}2\ I + 2857{,}4$
$I_0 = 0{,}80$ Amp. $U_0 = 89{,}5$ $\vartheta_0 = 2825^0$ $l = 0{,}05$ mm
$\vartheta_0 = -1{,}870\ U + 181{,}1\ I + 2847{,}4$

Fig. 19a—e enthalten die für $I_0 = 0{,}385$ Amp. berechneten Ellipsen. Wie man durch Vergleich mit Fig. 15 sieht, stimmen sie schlecht mit dem Experimente überein, die experimentell gefundenen dynamischen Charakteristiken werden bei einer niedereren Frequenz steigend. Man kann sich nun fragen, ob die „mittlere“

Temperatur des Stabes nicht nach obiger Weise gebildet werden darf. Ein Überblick über die Rechnung zeigt, dass durch andere Werte von h_3 und h_3' X und Y nur wenig verändert werden, c_k jedoch sehr stark. Wird nun z. B. $c_k = 0{,}55$ angenommen, so lässt sich für $I_0 = 0{,}385$ Amp. erreichen, dass die zum Übergang von der „fallenden" zur „steigenden" Ellipse gehörende Frequenz mit dem experimentell gefundenen Werte identisch ist, die übrigen Ellipsen stimmen aber weit schlechter mit den experimentellen dynamischen Charakteristiken überein. Es folgt daraus, dass durch eine blosse Änderung von c_k dem Experimente nicht genügt werden kann. Nimmt man nun aber für $I_0 = 0{,}385$ Amp. ein vom Stabende bis $D = 1{,}0$ mm zu erstreckendes Volumen V an und für $I_0 = 0{,}80$ Amp. $D = 0{,}5$ mm, so ersieht man aus Fig. 16a—e und 18a—e wie gut nun das Experiment durch die Theorie wiedergegeben werden kann. D ist aber unabhängig von der Frequenz. Tabelle 4 enthält die für die Ellipsen nötigen Zahlenwerte.

Tabelle 4.

ν	X	Y	i_0	u_0	$\cos\varepsilon$	ε
$I_0 = 0{,}385$ Amp. $l = 0{,}10$ mm			$V = 2{,}4$ mm³		$c_k = 1{,}0$	
0,8	0,125	0,0962	0,083	18,8	−0,806	143° 40′
1,7	0,216	0,134	0,071	14,0	−0,508	120° 30′
2,8	0,313	0,169	0,063	10,5	−0,169	99° 50′
50	3,42	0,690	0,069	16,8	+0,976	12° 30′
220	13,48	1,440	0,067	16,9	+0,998	3° 10′
$I_0 = 0{,}80$ Amp. $l = 0{,}10$ mm			$V = 1{,}2$ mm³		$c_k = 1{,}0$	
0,8	0,104	0,0984	0,127	8,7	−0,890	152° 52′
1,7	0,169	0,136	0,122	7,4	−0,720	136° 03′
2,75	0,233	0,168	0,121	7,0	−0,504	120° 16′
50	2,052	0,690	0,104	9,1	+0,925	22° 20′
220	7,456	1,441	0,103	10,0	+0,993	6° 47′
$l = 0{,}05$ mm						
1,7	0,169	0,136	0,117	7,1	−0,720	136° 03′
2,75	0,233	0,168	0,113	6,5	−0,504	120° 16′
50	2,052	0,690	0,105	9,2	+0,925	22° 20′
220	7,456	1,441	0,107	10,4	+0,993	6° 47′

Die Messungen mit der Stabkathode haben also ergeben, dass die reine Stabelektrode nicht als lineares Wärmeleitungsproblem aufgefasst werden darf, d. h. die Rechnung auf Grund

der Fourier'schen Differentialgleichung der linearen Wärmeleitung ist zu einfach. Durch Annahme eines Volumens V, das sich vom Stabende bis zur Distanz D erstreckt, kann jedoch erreicht werden, dass die berechneten dynamischen Charakteristiken mit den experimentell ermittelten übereinstimmen. Um nun zu prüfen, ob die Distanz D irgendwie im Temperaturabfall des Stabes erkenntlich ist, wurde die Temperatur eines Stabes von 1,65 mm Dicke gemessen, wobei das Pyrometer mit einer Mikrometerschraube parallel der Stabaxe verschoben werden konnte. Fig. 20

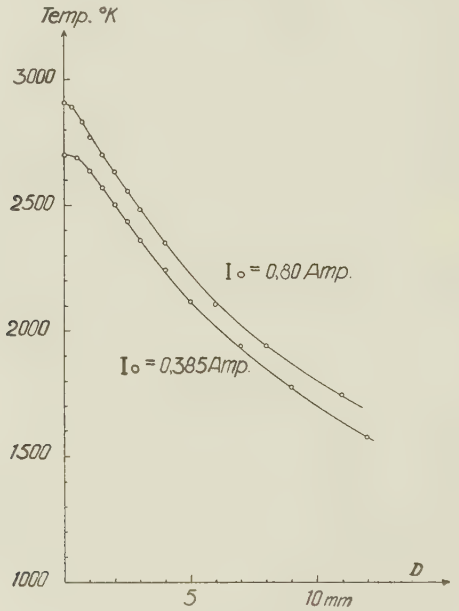

Fig. 20.

zeigt die Resultate. Wehrli[1]) erklärt die Form der Kurven in der Umgebung von $D = 0$ durch seitlich auffallende Energie, was mir aber unwahrscheinlich erscheint. Die Kurven können auch folgendermassen gedeutet werden: Die Dichte der auffallenden Energie ist über den Querschnitt q nicht konstant, sondern sie besitzt in der Mitte von q ein Maximum.

Fig. 21a—d stellen eine Anzahl dynamischer Charakteristiken für die Stabkathode sowie einige Isothermen der Kugelkathode dar, wie sie mit der Oszillographenröhre aufgenommen wurden. Die gezeichneten Kurven sind in einem etwas andern Massstabe aufgetragen, was zu beachten ist.

[1]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **I**, 343, 1928.

c) *Diskussion der Resultate.*

Die dynamischen Charakteristiken der Kugelkathode beweisen die Richtigkeit der Theorie von Wehrli und Hardung. Der grosse Fortschritt gegenüber der Theorie von Simon besteht vor allem in der Verknüpfung des thermodynamischen Verhaltens der Elektroden (welches wir berechnen können) mit den elektrischen

Fig. 21 a $\nu = 0{,}8$.

Fig. 21 b $\nu = 2{,}8$.

Fig. 21 c $\nu = 50$.

Fig. 21 d $\nu = 3600$.

Grössen durch die charakteristische Fläche. Die Theorie von Wehrli und Hardung ist frei von unbegründeten Annahmen über den Entladungsmechanismus, sie erlaubt aber nur die dynamischen Elektrodenfälle zu berechnen. Die Versuchsanordnung gestattet, im Gegensatze zu den Messungen von Simon und seinen Schülern, die Vorgänge an der Kathode, an der Anode und in der Gassäule voneinander zu trennen. Bei den von Simon[1]) und

[1]) Siehe A. Hagenbach, Handbuch der Radiologie IV: Der elektrische Lichtbogen.

seiner Schule untersuchten Entladungen ist für $v = 50 \cos \Theta$ noch angenähert $= -1$. Daran sind die durch den punktförmigen Kathodenfleck bedingte gute Wärmeableitung sowie die Gassäule schuld (siehe § 5), wie nun gezeigt wird.

In reinem Stickstoff ist die Temperatur der Kugelkathode praktisch konstant[1]). Wird nun der Stickstoff z. B. durch Sauerstoff verunreinigt, so tritt plötzlich ein punktförmiger, sehr heisser Kathodenfleck auf. Gleichzeitig sinken Elektrodenspannung und Temperatur der Kugel, wie Wehrli[2]) schon gefunden hat. In das mit reinem Stickstoff teilweise gefüllte Entladungsgefäss wurde nun sukzessive Luft eingelassen, bis beide Entladungsformen erhalten werden konnten ($l =$ ca. 0,1 mm). Für den punktförmigen Ansatz ergab sich folgendes: Bei der Frequenz 50 ist die dynamische Charakteristik noch eine schmale „fallende" Fläche und der Übergang von der fallenden zur steigenden Charakteristik liegt ungefähr bei der Frequenz 490 ($I_0 = 0{,}6$ Amp.). Der Durchmesser des Kathodenfleckes betrug ca. $^1/_{15}$ mm. Der Umschlag von der einen in die andere Entladungsform konnte direkt auf dem Schirme der Oszillographenröhre beobachtet werden. Da die Figur nicht mehrere Minuten konstant blieb, musste auf photographische Aufnahmen verzichtet werden. Durch mehrere gleichzeitige Beobachter konnten die Verhältnisse (Spannung, Temperatur usw.) einwandfrei festgelegt werden.

§ 5. Einfluss der Bogenlänge.

Wir haben gesehen, dass die Theorie von Wehrli und Harding nur auf Entladungen mit sehr kurzer Bogenlänge anwendbar ist. Man wird sich daher fragen, wie macht sich ein Einfluss der Gassäule bemerkbar. Ein relativ einfaches Mittel zur Untersuchung der dynamischen Charakteristiken mit zunehmender Bogenlänge ist die Bestimmung des Leistungsfaktors mit der schon von Duddell[3]) benutzten wohlbekannten drei Voltmeter-Methode, welche unabhängig von der Kurvenform des Wechselstromes ist. Die drei Wechselspannungen wurden mit Hilfe eines Thermoelementes (Siemens und Halske) und eines Spiegelgalvanometers gemessen, da ja nur ihre Verhältnisse und nicht ihre absoluten Beträge bekannt sein müssen. Das Thermoelement war zuvor mit kommutiertem Gleichstrom geeicht worden. Der durch das Thermoelement fliessende Wechselstrom wurde so klein

[1]) E. Stückelberg, Helv. Phys. Acta **I**, 79, 1928.
[2]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **I**, 333, 1928.
[3]) W. Duddell, Phil. Trans. (A), **203**, 305, 1904.

gehalten, dass bei einer weiteren Verkleinerung der Leistungsfaktor cos Θ konstant blieb. Die effektive Wechselstromstärke betrug 0,085 Amp., während der durch das Thermoelement fliessende Strom maximal ca. 0,7 MA aufwies. Besondere Sorgfalt war auf die Siebung des von den Instituts-Generatoren gelieferten Gleichstromes verwendet worden. Die Welligkeit wurde

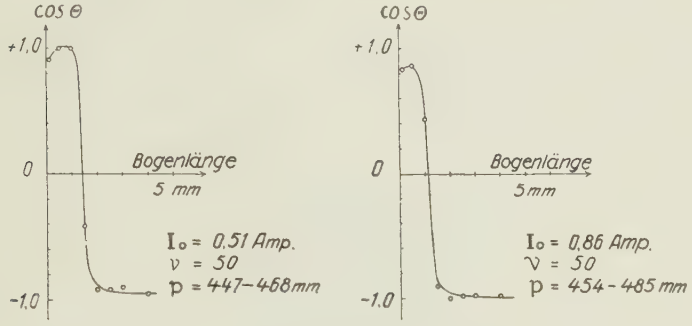

Fig. 22.

mit Hilfe des Thermoelementes kontrolliert. Um die Entladung auch bei grossen Bogenlängen stabil zu erhalten, musste die Betriebsspannung von 440 Volt durch eine Batterie auf 560 Volt erhöht werden. Fig. 22 und 23 zeigen für $\nu = 50$ die Resultate für eine Kugelkathode (1,84 mm Kugeldurchmesser, 0,33 mm

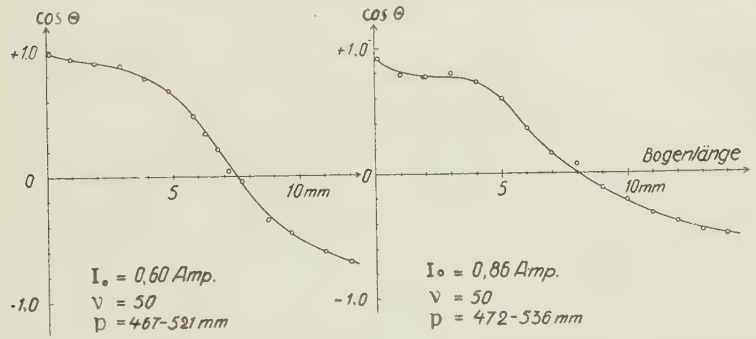

Fig. 23.

Stieldicke) und eine Stabkathode (1,75 mm Durchmesser). Die Anode ist die gleiche wie in § 3. Das Auffallendste an den Kurven ist wohl folgendes: Bei der Kugelkathode geht cos Θ im Gegensatz zur Stabkathode bei viel kürzeren Bogenlängen zu negativen Werten über. Um diese Erscheinung sicher erklären zu können, schien es mir ratsam, die entsprechenden dynamischen Charak-

teristiken auch mit der Oszillographenröhre aufzunehmen. Die für die Kugelkathode und die Frequenzen $\nu = 50$, 490 und 3900 erhaltenen Kurven sind in Fig. 24—26 dargestellt. Die Aufnahmen der Stabkathode zeigen prinzipiell nichts anderes. Obwohl zu erwarten war, dass alle diese Kurven auch im negativen Sinne durchlaufen werden, so musste der Umlaufssinn doch infolge

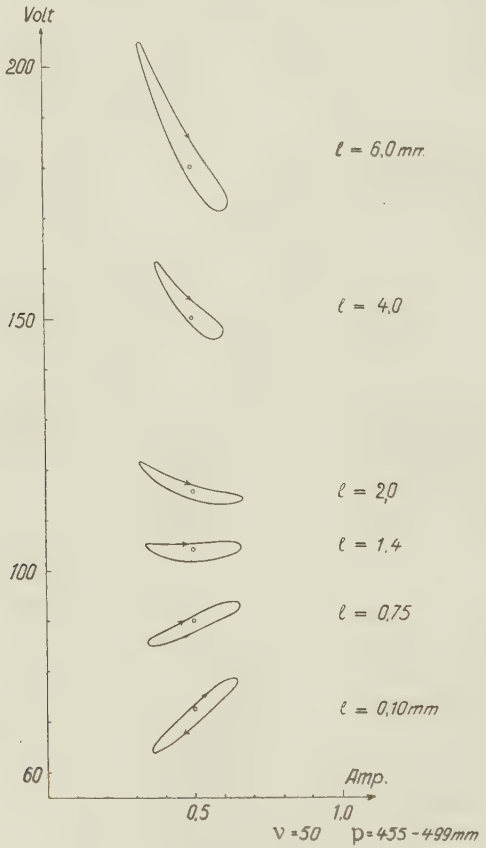

Fig. 24a.

einer etwaigen elektrischen Hysterese usw. besonders bestimmt werden. Die verwendete Methode sei dem Prinzipe nach kurz erläutert, da die andern versuchten Methoden wie Hilfsmagnet, Drehspiegel, Hilfsspannung usw. vor allem infolge Nachleuchtens des Fluoreszenzschirmes nicht zum Ziele führten.

Wir denken uns in Fig. 27a den induktionsfreien Widerstand W und irgendeinen Apparat B vom Wechselstrome mit der Ampli-

tude i_0 durchflossen. Die Wechselspannung E_1 sei mit dem einen Plattenpaar der Oszillographenröhre verbunden, E_2 mit dem andern. Der Oszillograph zeige die in Fig. 27a dargestellte Ellipse, deren Umlaufssinn bestimmt werden soll. Die positiven Amplituden von E_1 und E_2 bezeichnen wir mit dem Index o. Die beiden möglichen Umlaufsinne der Ellipse sind dann durch folgendes bedingt, wie man sich leicht überlegt: $E_2{}^0$ eilt der Spannung $E_1{}^0$, die natürlich mit i_0 conphas ist, um den Winkel ε vor oder nach. Wird nun zwischen n und m eine Selbstinduktion M eingeschaltet (Fig. 27b), so entstehen auf dem Oszillographenschirme zwei grundverschiedene Figuren, entsprechend den beiden Umlauf-

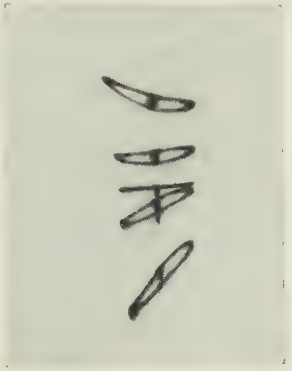

Fig. 24b. Originalaufnahme der Fig. 24a.

sinnen. Zur Kontrolle wird die Kapazität C eingeschaltet, wie es in Fig. 27c ersichtlich ist.

Auf diese Weise, durch geeignete Einschaltung einer Kapazität sowie einer Selbstinduktion und entsprechender Deutung der Ergebnisse, konnte der Umlaufsinn der dynamischen Charakteristiken in Fig. 24 26 festgestellt werden. Alle Kurven werden in negativem Sinne durchlaufen, d. h. wir haben eine positive Hysterese.

Die Methode, wie aus obigen Kurven auf die dynamische Charakteristik der Gassäule geschlossen werden kann, ist im folgenden an einem schematischen Beispiele kurz dargelegt.

Das Experiment liefere die in Fig. 28a dargestellten dynamischen Charakteristiken für die Bogenlängen 0,10 mm und 5,0 mm, wobei die Frequenz ν, die Gleichstromstärke I_0 und die Amplitude i_0 konstant gehalten sind. Wir wissen, dass der Kathodenfall unabhängig von der Bogenlänge ist; ferner sei ange-

nommen, dass der Anodenfall auch bei grösserer Bogenlänge unabhängig von der Stromstärke I ist. Der Anodenfall steige beim Vergrössern der Bogenlänge (von 0,10 mm auf 5,0 mm) um ΔU Volt. Beide Kurven in Fig. 28a werden im gleichen Sinne durchlaufen. Da div. $I = 0$, so folgt, dass die momentane Stromstärke im Kathodenfallgebiet stets gleich der Stromstärke in der Gas-

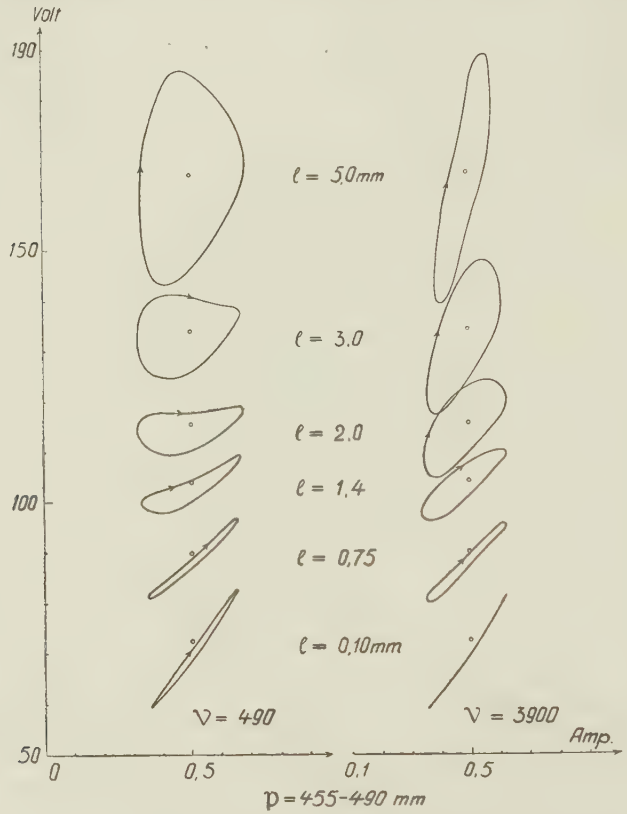

Fig. 25. Fig. 26.

säule ist, d. h. der Momentanwert des Spannungsabfalles über der Gassäule ist gleich der Differenzspannung $U_2 - U_1$ (von zwei zu derselben Stromstärke gehörenden Punkten X_1 und X_2) vermindert um ΔU. Da ΔU als unabhängig von I angenommen worden ist, so ergibt die Differenzspannung (von je zwei entsprechenden Punkten) als Funktion der Stromstärke I aufgetragen die Form und Neigung der dynamischen Charakteristik

der Gassäule (Fig. 28b). Eine Querverschiebung der I Axe in Fig. 28b um ΔU führt endlich auf die gesuchte dynamische Charakteristik.

Fig. 24a zeigt nun, dass für $\nu = 50$ die dynamische Charakteristik der Gassäule fallend ist und noch keine merkliche Hysterese (Fläche) auftritt. (Der Anodenfall wird als unabhängig von

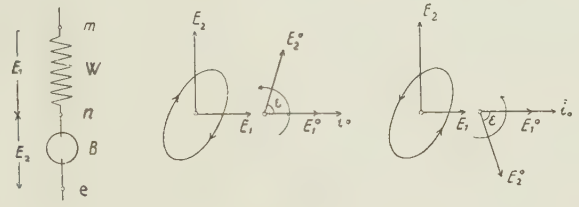

Fig. 27a.

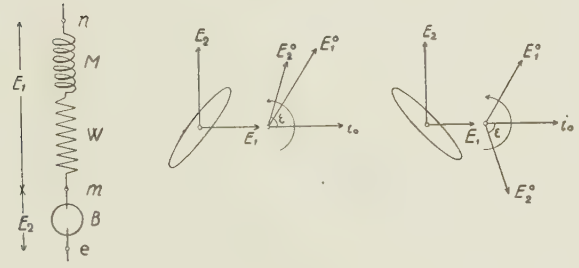

Fig. 27b.

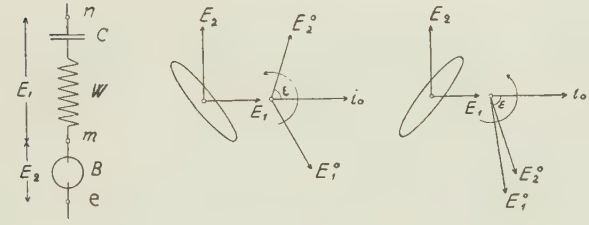

Fig. 27c.

I angenommen.) Die Charakteristik der Elektrodenspannung ist also die Summe von dynamischem Kathodenfall (steigende Charakteristik), dynamischer Charakteristik der Gassäule (fallend) und konstantem Anodenfall. Nun kann man auch ohne weiteres Fig. 22 und 23 verstehen. Da die dynamische Charakteristik des Kathodenfalles für $\nu = 50$ ($I_0 = 0{,}80$ Amp., $l = 0{,}10$ mm) bei der Stabkathode viel steiler verläuft als bei der Kugelkathode

(siehe Fig. 17d und 11d), so braucht es im ersten Falle eine weit grössere Bogenlänge bis $\cos \Theta = 0$ als im zweiten. Die dynamische Charakteristik der Gassäule darf, wie die Aufnahmen der Stabkathode zeigen, für beide Kathoden angenähert als gleich betrachtet werden. Schwingungen von 50 Hertz können also mit dem Wolfram-Bogen noch leicht erzeugt werden, wenn nur die Bogenlänge genügend gross ist, wobei sich nach obigem eine Kugelkathode als günstiger erweist. Für $\nu = 490$ scheint die dynamische Charakteristik der Gassäule nach Fig. 25 immer noch fallend zu sein, wobei jedoch schon eine merkliche Hysterese eintritt. Besonders interessant sind die Kurven in Fig. 26 für $\nu = 3900$. Die dynamische Charakteristik für $l = 0{,}75$ mm ist im Mittel weniger steil als diejenige für $l = 0{,}10$ mm, d. h. die Gassäule

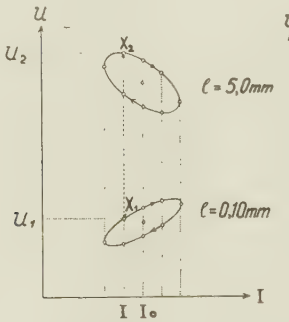

Fig. 28a.

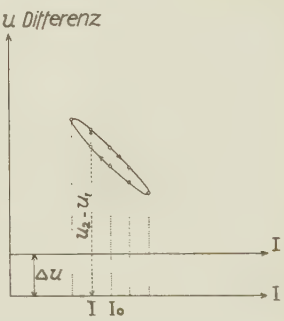

Fig. 28b.

besitzt noch eine fallende Charakteristik. Bei zunehmender Bogenlänge wird nun die dynamische Charakteristik wieder steiler. Man wird also auch bei noch so grosser Bogenlänge keine Schwingungen von 3900 Hertz erzeugen können. So schreibt Skaupy[1]) über Versuche mit einer technischen Punktlampe als Schwingungserzeuger: „Versuche mit den Periodenzahlen wesentlich über 1000 Hertz zu kommen, sind auf Schwierigkeiten gestossen, insbesondere war die Ausbeute dann eine wesentlich schlechtere.“ Der Grund hiezu ist nun nach obigen Ausführungen ohne weiteres ersichtlich.

Wird für $\nu = 3900$, $l = 0{,}75$ mm die Überlagerungsstromstärke stark vergrössert, so verändert sich das Bild der dynamischen Charakteristik vollständig, indem ein sogenannter Zündgipfel eintritt.

---

[1]) Fr. Skaupy, Elektrot. Zeitschr. **48**, 1797, 1927.

II. Spezielle Untersuchungen.

§ 6. Die Spannung als Funktion der Elektrodendistanz.

Schon in § 3 wurde darauf hingewiesen, dass die in Fig. 7 und 13 dargestellten Spannungs-Bogenlängekurven für kleine Elektrodendistanzen einen analogen Verlauf aufweisen, wie er schon von GÜNTHERSCHULZE[1]) bei der Glimmentladung in niederen Drucken gemessen worden ist. Die von GÜNTHERSCHULZE mit D und ΔU bezeichneten Grössen sind aus Fig. 30a ersichtlich. Dieser Forscher fand bei der Glimmentladung mit normalem Kathodenfall, dass das Produkt pD für ein gegebenes Gas konstant bleibt. ΔU stimmte mit der Ionisierungsspannung des verwendeten Gases überein (p bedeutet den Gasdruck). Als Elektroden verwendete er parallele Platten. Für Stickstoff von einigen

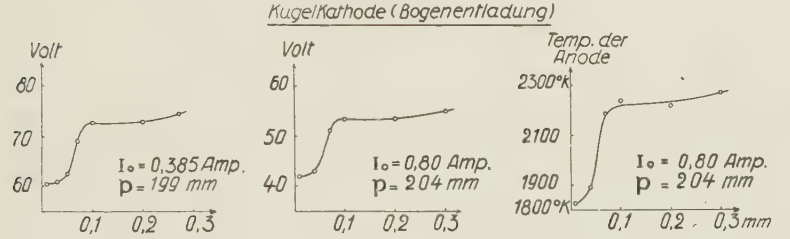

Fig. 29a. Fig. 29b. Fig. 29c.

Millimetern Druck betrug $pD = 16{,}3$ (p in mm, D in mm). GÜNTHERSCHULZE erklärt den Verlauf obiger Kurven ungefähr folgendermassen: Bei einer selbständigen Entladung wächst die negative Raumladung vor der Anode so lange an, bis einige darauffliegende Elektronen eine zur Stossionisation notwendige Geschwindigkeit erreichen. Durch die Kationenbildung hart an der Anodenoberfläche wird ein weiteres Anwachsen der negativen Raumladung verhindert. Dazu braucht es infolge der ungleichen Beweglichkeit der beiden verschiedenen Ladungsträger auf einige hundert Elektronen nur ein Kation. Nähert man nun die Elektroden einander, so werden von einer gewissen Distanz D an eine hinreichende Zahl von der Kathode kommender Primärelektronen noch eine genügende Geschwindigkeit besitzen, um vor der Anode ionisieren zu können. Bei einer Elektrodendistanz kleiner als D soll daher die negative Raumladung vor der Anode verschwinden.

[1]) l. c.

Man wird sich nun fragen, wie verhält sich pD für eine Bogenentladung, wobei der Druck gegenüber der Glimmentladung ca. 100 mal grösser ist? Da die für die Distanz D massgebende Gasdichte infolge der hohen Temperatur kleiner als die dem gemessenen Drucke entsprechende Dichte ist, so ist pD grösser als 16,3 zu erwarten. Wie unten gezeigt wird, hängt D aber auch noch von der Kathodenform ab, dadurch werden die Verhältnisse jedoch

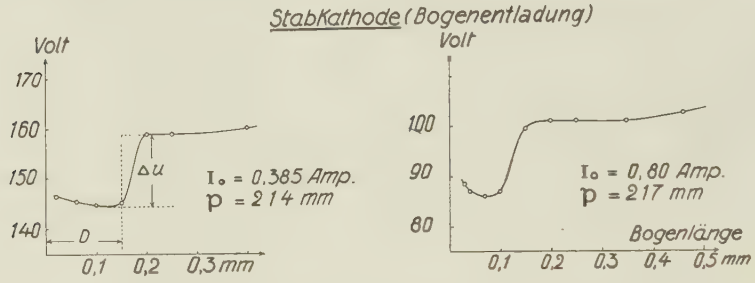

Fig. 30a. Fig. 30b.

weit komplizierter. Für die nachfolgende Untersuchung wurden die gleichen Elektroden wie in § 3 verwendet.

Fig. 7 und 13 ergeben, dass das Produkt pD der Grössenordnung nach mit dem von Günthersschulze erhaltenen Werte (16,3) übereinstimmt (Tabelle 5). ΔU beträgt nur ca. 10 Volt, d. h. ΔU ist kleiner als die Ionisierungsspannung. Wie man weiter aus Fig. 7 und 13 ersieht, ist für die Kugelkathode D kleiner als für die Stabkathode. D scheint auch von der Stromstärke abzu-

Tabelle 5.

I_0	Kugelkathode			Stabkathode		
	p	pD	aus Fig.	p	pD	aus Fig.
0,385 A.	447 mm	16	7	473	24	13
0,80	449	16		491	29	
0,385	199	9	29	214	34	30
0,80	204	8		217	22	
0,020	94	19	31			
0,080				97	21	32
0,385	99	20		108	73	
0,50	100	18				
0,80	102	14		109	49	
0,015	48	17	33			
0,035				48	19	34
0,50	49	18				

hängen. Da die Bogenlängen durch Projektion gemessen wurden, so war es bei der Glimmentladung infolge der niederen Elektrodentemperatur nicht möglich, genaue D Werte zu erhalten. Es konnte jedoch festgestellt werden, dass $\Delta U > 10$ Volt ist.

Es war nun naheliegend, pD auch bei niedereren Drucken zu untersuchen. Fig. 29 und 30 zeigen die Resultate für $p_0 = 198$ mm. D ist grösser geworden, das Gesetz $pD = \text{const.}$ bestätigt sich hier aber nicht. Die pD Werte sind in Tabelle 5 wiedergegeben. Bei der Kugelkathode kann ein Wiederanstieg der Spannung für $l \to 0$ noch nicht erhalten werden.

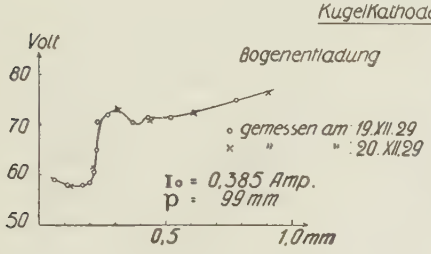

Fig. 31 b.

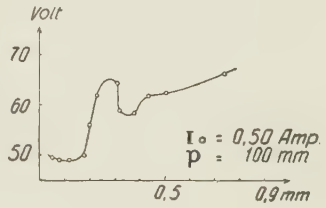

Fig. 31 c.

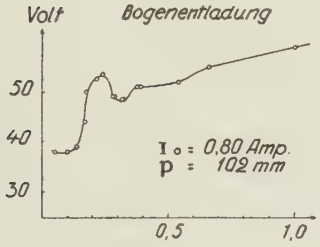

Fig. 31 d.

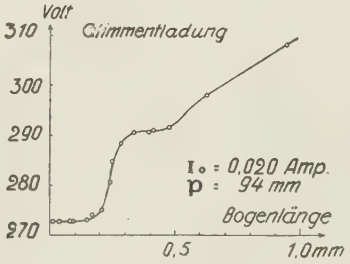

Fig. 31 a.

Durch weiteres Abpumpen wurde hierauf der Gasdruck auf $p_0 = 91$ mm erniedrigt. Die gemessenen Werte sind in Fig. 31 und 32 dargestellt. (Zwecks einer übersichtlichen Darstellung ist vom Drucke $p_0 = 91$ mm an ein anderer Masstab für l nötig geworden.) Um nun auch die Glimmentladung untersuchen zu können, benutzte ich zur Bestimmung der Elektrodendistanz ein Fernrohr mit Okularmikrometer. Die Eichung des Okularmikrometers geschah mit dem bekannten Stabdurchmesser. Günther-Schulze machte für parallele Plattenelektroden die Beobachtung, dass die anodische Glimmhaut bei der Elektrodendistanz D verschwindet. Hier ergab sich folgendes:

Bei einer Elektrodendistanz grösser als D bedeckte die anodische Glimmhaut ungefähr die untere Halbkugel der Anode, während das blaue negative Glimmlicht die Kugelkathode vollständig umschloss. Der Abstand von der Kathode bis zur äussern Glimmlichtkante entsprach ziemlich genau der Distanz D. Wurden nun die Elektroden einander genähert, so verschwand merkwürdigerweise im Momente, wenn sich Anode und die vom negativen Glimmlicht gebildete Kugel berührten, die gesamte anodische Glimmhaut. Bei der Stabkathode zeigte sich dieselbe

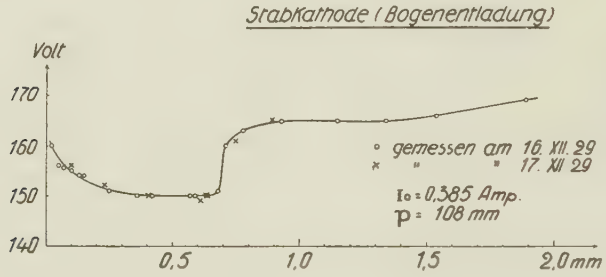

Fig. 32 b.

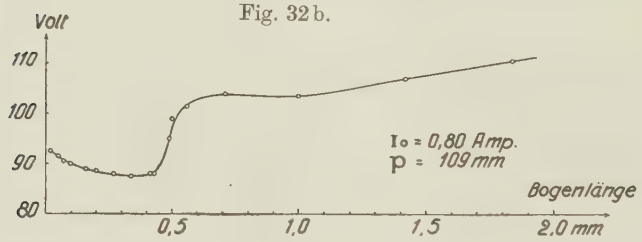

Fig. 32 c.

Erscheinung. Die Kathodentemperaturen betrugen dabei noch über 1200° K.

Wie aus Fig. 31 und 32 hervorgeht, ist durch die Erniedrigung des Druckes auf $p_0 = 91$ mm $\perp U$ grösser geworden und kommt dem Ionisierungspotential 16,9 Volt nahe. Die Kurven der Kugelkathode (Bogenentladung) weisen im Gegensatz zur Stabkathode und zur Glimmentladung ein Nebenminimum auf, das schon von Wehrli[1]) gefunden wurde. Die Temperatur der Anode zeigt den gleichen Verlauf. Bei der Stabkathode ist die starke Abhängigkeit der Distanz D von der Stromstärke am auffallendsten. Die vollständige Reproduzierbarkeit der Kurven zeigen Fig. 31 b und 32 b.

[1]) M. Wehrli, Zeitschr. f. Phys. **44**, 313, 1927.

Die beim Drucke $p = 48$ mm gemessenen Kurven sind in Fig. 33 und 34 dargestellt. Eine Bogenentladung konnte mit der Stabkathode nicht mehr erhalten werden. Die Kurven der Glimmentladung sehen nun für die beiden Kathodenformen grundverschieden aus. ΔU ist bei der Stabkathode auf wenige Volt gesunken. Während die Temperatur des Stabes mit dem Pyrometer unmessbar geworden ist (Fig. 34), beträgt die der Kugel noch 1411° K (Fig. 33b). Die Beobachtung mit dem Fernrohre ergab einen weiteren Unterschied. Bei der Kugelkathode ver-

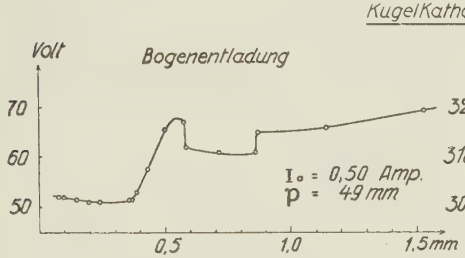

Fig. 33a.

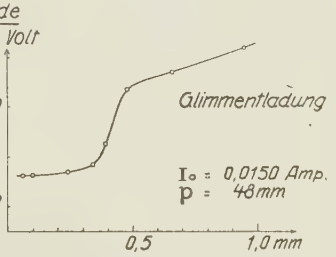

Fig. 33b.

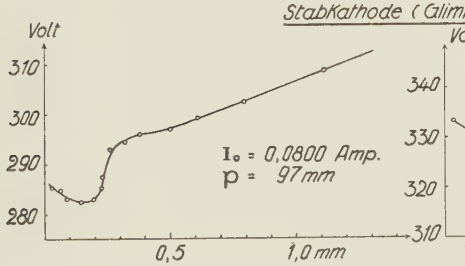

Fig. 32a.

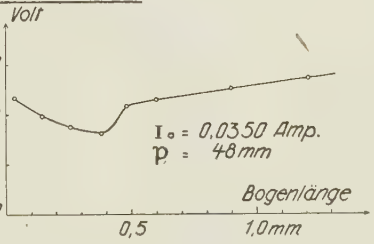

Fig. 34.

schwand bei der Distanz D die gesamte anodische Glimmhaut, während bei der Stabkathode nur der in das negative Glimmlicht hineinragende Teil der anodischen Glimmhaut verschwand.

Diese Erscheinung spricht dafür, dass auch bei der Glimmentladung mit glühender Kathode und kleiner Elektrodendistanz die Stromdichte an der Stelle kürzesten Elektrodenabstandes am grössten ist.

Für das bei der Kugelkathode (Bogenentladung) auftretende Nebenminimum kann noch keine sichere Erklärung gegeben werden.

Durch das Auftreten einer Distanz D auch bei der Bogenentladung drängte sich die Frage auf, ob auch ein negatives Glimmlicht und eine anodische Glimmhaut vorhanden sind?

Diese Fragen konnten folgendermassen bejaht werden. Eine Schablone, in 1,3 cm Entfernung von den Elektroden angebracht, verdeckte genau die Kathode, so dass also mit dem Fernrohr nur die Gasstrecke sowie die Anode gesehen werden konnten. Auf diese Weise wurde eine Blendung durch die weissglühende Kathode verhütet. Um Schablone und Anode gleichzeitig scharf zu sehen, musste vor das Fernrohr eine Blende mit sehr kleinem

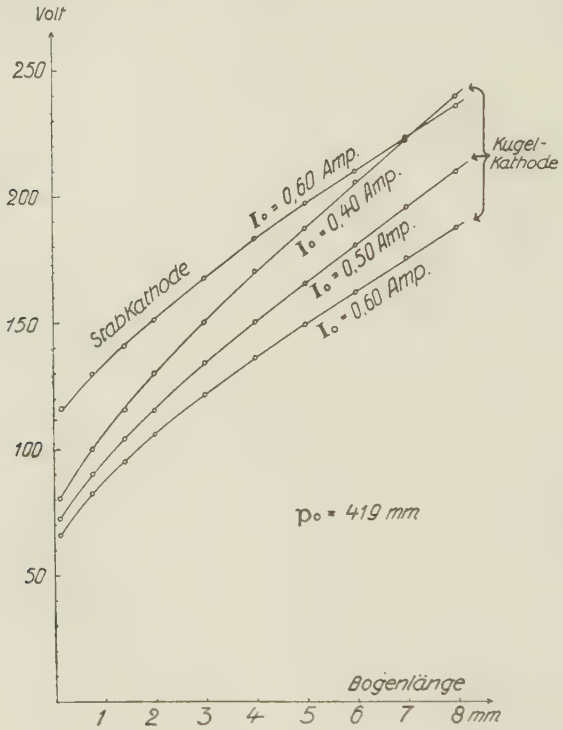

Fig. 35.

Loch gebracht werden. Nachdem der Bogen bei einem Druck von 70 mm gezündet worden war, wurde durch Abpumpen bei gleichzeitiger Beobachtung der Entladung der Druck auf 13 mm erniedrigt. Eine event. Täuschung durch Beugungserscheinungen an der Schablone wurde dadurch vermieden. Es zeigte nun folgendes: Auch bei der Bogenentladung ist ein negatives Glimmlicht von der Dicke D vorhanden, ebenso Faradayscher Dunkelraum, positive Säule und anodische Glimmhaut. Ob auch ein Crook'scher Dunkelraum auftritt, konnte nicht entschieden werden. D nimmt mit abnehmendem Drucke zu.

Die Spannungs-Bogenlängekurven für grössere Elektrodendistanzen sind bereits von Wehrli[1]) eingehend untersucht worden, wobei die Kathode stets unten war. Es interessierte hier nun vor allem die Frage, wie sehen die Kurven für verschiedene Kathoden aus und wie wirkt sich eine Vertauschung der Pole auf die Form der Kurve aus? Die für die folgenden Messungen verwendeten Elektroden besitzen die Dimensionen: Anode: Kugeldurchmesser 2,61 mm, Stieldurchmesser 1,00 mm; Kugelkathode: Kugeldurchmesser 1,84 mm, Stieldurchmesser 1,00 mm; Stabkathode: Durchmesser 1,70 mm. Fig. 35 zeigt, dass für zwei verschiedene Kathoden bei $p_0 = 419$ mm die entsprechenden Kurven um eine konstante Voltdifferenz auseinanderliegen; sie beträgt für $I_0 =$ 0,60 Amp. ca. 47 Volt (Tabelle 6). (Die Kathode befindet sich wie bei allen bisherigen Messungen unten.)

Tabelle 6.

$I_0 = 0{,}60$ Amp.	
l	$U_2 - U_1$
0,10 mm	49 Volt
0,75	47,5
1,4	46
2,0	45
3,0	46
4,0	47
5,0	47,5
6,0	48
7,0	47,5
8,0	48

Da nun der Kathodenfall nach Messungen von M. Wehrli[2]) unabhängig von der Bogenlänge ist, so folgt aus obigem: Die Summe aus Anodenfall und Spannungsabfall über der Gassäule ist bei der Bogenentladung praktisch unabhängig von der Kathode. Fig. 36a stellt eine Spannungs-Bogenlängekurve der Kugelkathode für $p_0 = 223$ mm und $I_0 = 0{,}30$ Amp. dar. Werden nun die Pole vertauscht, d. h. die obere Kugel von 2,61 mm Durchmesser ist zur Kathode und die untere Kugel von 1,84 mm zur Anode geworden, so erhält man das in Fig. 36b wiedergegebene Resultat. Wie man sieht, wird die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Kurven mit zunehmender Bogenlänge kleiner und strebt einem

[1]) M. Wehrli, Zeitschr. f. Phys. **44**, 301, 1927.
[2]) M. Wehrli, Helv. Phys. Acta **1**, 333, 1928.

Grenzwert zu. Eine mögliche Erklärung dieser Erscheinung ist folgende: Befindet sich die Kathode oben, so fällt mit zunehmender Bogenlänge der Kathodenfall infolge des grösser werdenden Wärmekonvektionsstromes auf die Kathode.

§ 7. Die vollständigen Isothermen.

Vergrössert man die Amplitude eines einem stationären Gleichstrombogen überlagerten Wechselstromes hoher Frequenz

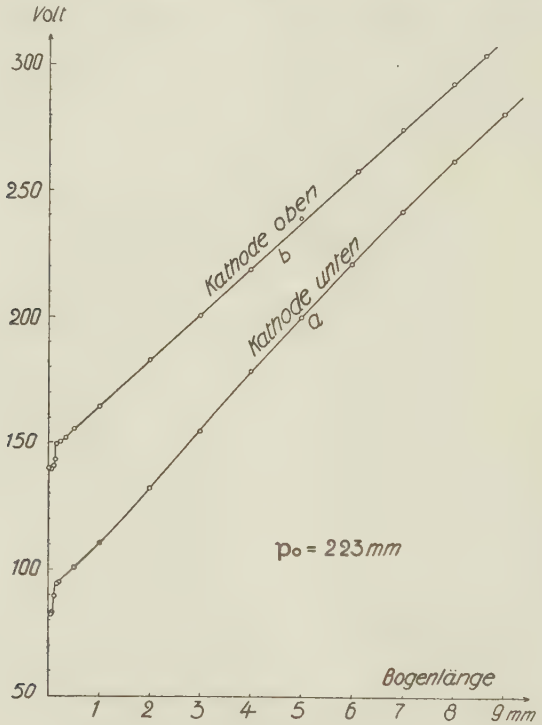

Fig. 36.

gerade so weit, bis die Stromstärke $I = 0$ erreicht wird, so wollen wir die entsprechende dynamische Charakteristik als vollständige Isotherme bezeichnen (die Kathodentemperatur bleibt also konstant). Was stellen nun diese vollständigen Isothermen in bezug auf die Bogenentladung dar? Um ein anschauliches Bild vom physikalischen Inhalt dieser Kurven zu erhalten, wollen wir nachfolgendes Gedankenexperiment ausführen:

Wenn wir die Anodenspannung einer evakuierten Glüh-

kathodenröhre von Null auf U_m anwachsen lassen, so durchlaufen die U, I Werte die bekannte „Raumladungskurve", wobei von einer gewissen Spannung an Sättigung eintritt. Die Kathodentemperatur bleibt konstant. Nun füllen wir die Glühkathodenröhre mit einem Gase. Lassen wir wieder die Anodenspannung von Null auf U_m anwachsen, so bleibt die Kathodentemperatur nicht mehr konstant, da eine zusätzliche Heizung durch auftreffende Kationen entsteht. Wir denken uns aber die Heizstromstärke der Glühkathodenröhre stets so eingestellt, dass die

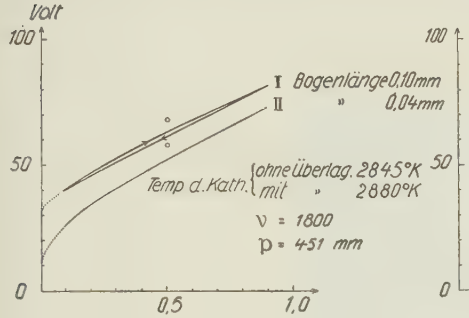

Fig. 37.

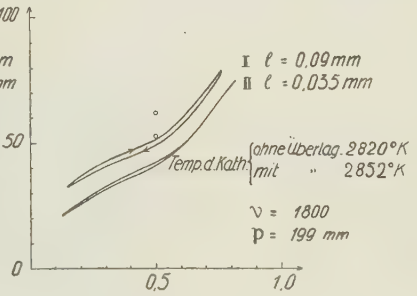

Fig. 38.

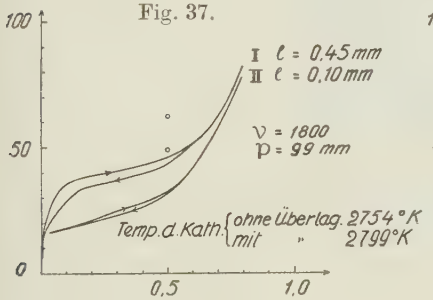

Fig. 39a.

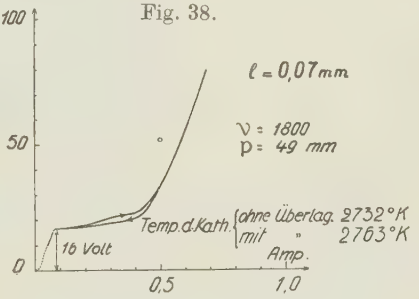

Fig. 40a.

Kathodentemperatur konstant bleibt. Was für eine Kurve durchlaufen nun die U, I Werte, wenn die Anodenspannung stetig von Null auf U_m ansteigt und die Kathodentemperatur konstant bleibt? Wie man leicht einsieht, ist die vollständige Isotherme mit der gesuchten Kurve identisch. (Die Elektrodendistanz sei so klein, dass der Spannungsabfall über der Gassäule vernachlässigt werden kann, der Anodenfall wird nach § 3 als verschwindend klein angenommen.)

Dem mit einer Gleichstromstärke von $I_0 = 0{,}50$ Amp. brennenden Bogen wurde nun bei verschiedenen Drucken ein Wechselstrom der Frequenz 1800 überlagert. Wir wollen uns im folgenden

auf Isothermen für eine Kugelkathode (1,76 mm Kugeldurchmesser und 0,33 mm Stieldicke) sowie auf kurze Bogenlängen (0,10 mm) beschränken. Die Dimensionen der sich oben befindenden Anode betragen: Kugeldurchmesser 2,39 mm, Stieldicke 1,00 mm. Die mit Hilfe der Oszillographenröhre erhaltenen Isothermen sind in Fig. 37, 38, 39a und 40a dargestellt. Fig. 39b und 40b zeigen Isothermen für andere Gleichstromstärken. Eine Isotherme für die in § 2 beschriebene Neon-Punktlampe ist in Fig. 41 dargestellt. Leider reichte die Überlagerungsenergie nicht überall, um die Isotherme bis $I = 0$ zu erhalten; doch konnte durch kurzzeitiges Überlasten der Anodenbleche in den Sende-

Originalaufnahme der Fig. 37.

röhren der weitere Kurvenverlauf mit dem Auge beobachtet werden. Diese Kurventeile sind in den Figuren punktiert eingezeichnet.

Man wird sich nun fragen, wie kann der Kurvenverlauf dieser vollständigen Isothermen erklärt werden und lässt sich daraus vielleicht irgend etwas über den Bogenmechanismus aussagen? Betrachten wir zuerst die Isotherme in Fig. 40a für den niedersten Druck (49 mm) und die Bogenlänge 0,07 mm, so entspricht wohl folgende Deutung dem tatsächlichen Vorgange:

Steigt die Elektrodenspannung von Null an, so entsteht zuerst ein kleiner Thermelektronenstrom, der infolge der gewaltigen negativen Raumladung nicht gross sein kann. Der Thermelektronenstrom ist bei Anwesenheit eines Gases viel kleiner als im Vakuum, da die Translationsgeschwindigkeit der Elektronen infolge der Zusammenstösse mit den Gasmolekülen kleiner ist, was zu einer Erhöhung der Raumladung führt. Wie Fig. 40a

zeigt, weist dieser Thermelektronenstrom eine Art Sättigung auf, die weit unter dem gesamten Glühemissionsstrome im Vakuum liegt. Diese Erscheinung wurde z. B. beim Photoeffekt an Metallen in Gasen schon mehrfach beobachtet[1]).

Sobald nun die Elektrodenspannung das Ionisierungspotential erreicht, kann durch Elektronenstoss eine grössere Anzahl positiver Ionen gebildet werden, wodurch die negative Raumladung

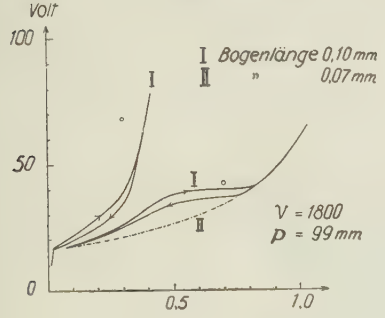

Fig. 39 b.

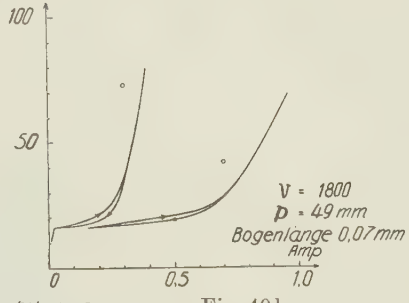

Fig. 40 b.

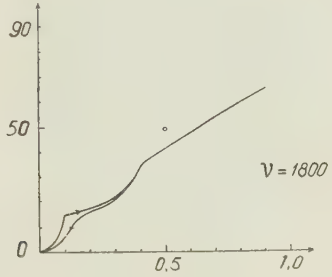

Fig. 41.

zusammenfällt. Der Strom steigt daher sehr stark an. Wie aus Fig. 40a ersichtlich ist, stimmt die Spannung des Kurvenknickes mit dem Ionisierungspotential des Stickstoffs (16,9 Volt) überein. Die Genauigkeit dieses Punktes ist jedoch infolge der in § 2 erwähnten Eichungsschwierigkeiten bloss ca. 1,5 Volt. Beim weiteren Anwachsen der Elektrodenspannung steigt der Strom nur noch entsprechend der vermehrteren Ionisation an.

Fig. 41 enthält die ganz entsprechend zu deutende Isotherme der mit Neon gefüllten Punktlampe. Die Ionisation setzt jedoch schon bei 15 Volt Elektrodenspannung ein, also unterhalb der Ionisierungsspannung von 21,5 Volt. Man wird hier wie bei den Niedervoltbögen eine Stufenionisierung annehmen müssen (An-

[1]) J. M. Benade and K. T. Compton, Phys. Rev. **11**, 184, 1918.

regungsspannug von Neon = 16,6 Volt). Im Gegensatz zur Entladung in Stickstoff erfolgt bei 36 Volt ein weiterer starker Stromanstieg.

Kehren wir zur Entladung in Stickstoff zurück, so zeigt Fig. 37, dass sich das Bild der Isothermen beim Übergang zu grösseren Drucken vollständig verändert hat. Die beiden Kurven entsprechen den in Fig. 7 mit *A* und *B* bezeichneten Bogenlängen. Bei diesen Kurven ist es viel schwieriger, eine plausible Erklärung zu finden. Vielleicht lassen sie sich durch Annahme einer Temperaturionisation im Kathodenfallgebiet erklären, denn die von J. Slepian[1]) gerechneten Strom-Gastemperaturkurven bei Temperaturionisation weisen einen ganz ähnlichen Verlauf auf.

Originalaufnahme der Fig. 40a und b.

Diese Annahme verlangt aber, dass die Gastemperatur bei der Frequenz 1800 noch lange nicht konstant ist. Infolge der geringen Dicke der Gasschicht (0,04 mm) ist die Wärmeableitung durch die relativ kühle Anode sehr gut. Bei grossen Bogenlängen wird das jedoch nicht mehr der Fall sein. Dies wird auch von Fig. 26 für die Frequenz 3900 bestätigt. Bei einer Bogenlänge von sogar 0,75 mm ist die dynamische Charakteristik der Gassäule noch fallend, mit zunehmender Bogenlänge wird sie steigend.

In den Fig. 37, 38, 39a und 40a ist jeweils noch die mit dem Pyrometer gemessene Kathodentemperatur mit und ohne Überlagerung angegeben. Man ersieht daraus, wie stark der Kathodenfall von der Kathodentemperatur abhängt. So zeigt z. B. Fig. 40a, dass bei einer Erhöhung von 2732° K auf 2763° K der Kathodenfall von 52 auf 34 Volt abfällt. Ferner ergeben diese

[1]) J. Slepian, Phys. Rev. **27**, 407, 1926.

Temperaturmessungen, dass im Druckbereich von 50 bis 450 mm die Kathodentemperatur nicht konstant ist, wie es E. Stückelberg[1]) gefunden hat, sondern mit wachsendem Drucke ansteigt.

Vorliegende Arbeit ist unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. A. Hagenbach entstanden. Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem verehrten Lehrer für sein stets förderndes Interesse an der Arbeit sowie für die grosse Zuvorkommenheit bei der Beschaffung der Apparate bestens zu danken. Ich möchte auch Herrn Priv. Doz. Dr. M. Wehrli, der mir stets mit Rat und Tat zur Seite gestanden hat, meinen herzlichsten Dank aussprechen.

ZUSAMMENFASSUNG.

Einer Gleichstromentladung zwischen Wolframelektroden in Stickstoff werden Wechselströme der Frequenzen 0,6—3900 überlagert, wobei die Wechselstromamplitude stets kleiner als die

Originalaufnahme der Fig. 41.

Gleichstromstärke ist. Mit einem Kathodenstrahloszillographen werden die dynamischen Charakteristiken, d. h. der Verlauf von Strom I und Spannung U aufgenommen. Die an der Kathode auftretende thermische Hysterese bewirkt, dass die dynamische Charakteristik schon bei sehr niederen Frequenzen (ca. 5) einen steigenden Charakter aufweist. Mit Hilfe der von M. Wehrli und V. Hardung entwickelten Theorie werden die dynamischen Charakteristiken berechnet und mit dem Experimente verglichen. Es ergibt sich folgendes: Für die Kugelkathode stimmt die Theorie sehr gut; bei der Stabkathode erweist sich die Annahme einer

[1]) E. Stückelberg, Helv. phys. acta **I**, 109, 1928.

linearen Wärmeleitung als zu einfach. Die zur Berechnung nötigen Elektrodentemperaturen werden mit einem Glühfadenpyrometer bestimmt. Bei der Frequenz 1800 ist die Kathodentemperatur praktisch konstant, die dynamische Charakteristik ist also eine Isotherme in bezug auf die Kathode. Bei verschiedenen Drucken werden die Isothermen bis $I = 0$ aufgenommen und versucht, deren Verlauf zu erklären. Im Gebiete sehr kurzer Bogenlängen zeigen die Spannungs-Elektrodendistanzkurven bei der Bogenentladung einen ähnlichen Verlauf, wie er schon von Günther-Schulze für die Glimmentladung in niederen Drucken gefunden wurde. Die gemessene Anodentemperatur als Funktion der Bogenlänge zeigt einen der Spannung analogen Verlauf; die Kathodentemperatur bleibt im Bereiche dieser kurzen Bogenlängen konstant. Die Untersuchung der dynamischen Charakteristiken bei verschiedenen Bogenlängen sowie bei einer Entladung mit punktförmigem Kathodenfleck zeigen, warum bei den von Simon und seinen Schülern untersuchten Entladungen die dynamischen Charakteristiken der Frequenz 50 noch stark fallend sind.

Basel, Physikalische Anstalt.

Curriculum vitae.

Ich, Paul Bächtiger, wurde am 23. August 1906 in Basel geboren als Sohn des im Jahre 1919 verstorbenen Alfred Bächtiger, Sekundarlehrer, und seiner Gattin Hedwig geb. Müller. Meine Mutter lebt in Basel.

Von 1913—1925 besuchte ich die Basler öffentlichen Schulen. Im Herbst 1925 bestand ich an der ehemaligen Oberen Realschule das Maturitätsexamen.

Seit dem Wintersemester 1925 studiere ich in Basel, wo ich die Vorlesungen und Praktika der folgenden Dozenten besuchte:

P. Buchner, F. Bürki, Fr. Fichter, A. Hagenbach, W. Matthies, H. Mohrmann, Th. Niethammer, A. Ostrowski, A. Schmid, O Spiess, H. Veillon, M. Wehrli, L. Zehnder, H. Zickendraht.

Vom Frühjahr 1927 bis Ende des Jahres 1928 versah ich die Stelle eines Assistenten an der astronomisch-meteorologischen Anstalt. Seit Frühjahr 1930 bin ich Assistent an der Physikalischen Anstalt.

Im Wintersemester 1928/29 begann ich die vorliegende Arbeit, die unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. A. Hagenbach entstanden ist. Ich möchte nicht versäumen, allen meinen verehrten Lehrern für ihre Belehrungen und Anregungen meinen herzlichsten Dank auszusprechen.